



**Bruno João da
Fonseca Barroqueiro**

**Modelação e Análise Numérica de Tratamentos
Térmicos**



**Bruno João da
Fonseca Barroqueiro**

Modelação e Análise Numérica de Tratamentos Térmicos

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestrado em Engenharia Mecânica, realizada sob orientação científica de António Gil d'Orey de Andrade Campos, Professor Auxiliar do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro.

O júri / The jury

Presidente / President

Prof. Doutor Joaquim Alexandre Mendes de Pinho da Cruz
Professor Auxiliar da Universidade de Aveiro

Prof. Doutor Luís Filipe Martins Menezes
Professor Catedrático da Universidade de Coimbra

Vogais / Committee

Prof. Doutor António Gil d'Orey de Andrade Campos
Professor Auxiliar da Universidade de Aveiro (orientador)

**Agradecimentos /
Acknowledgements**

Ao professor Doutor António Gil d'Orey de Andrade Campos pela orientação científica e pela sua disponibilidade.

A todas as pessoas que direta ou indiretamente me ajudaram aqui fica o meu muito obrigado!

Palavras-chave

Tratamentos térmicos, método dos elementos finitos, modelos termomecânicos, viscoplasticidade e subrotinas de utilizador.

Resumo

O interesse industrial em componentes de elevado desempenho e durabilidade com custos razoáveis levam à necessidade de tratar termicamente os metais. Assim, manipula-se as suas características a fim de obter as propriedades mais convenientes para cada aplicação. Todavia, os tratamentos térmicos podem conduzir à inutilidade da peça devido à produção de campo de tensões residuais ou a distorções excessivas dos componentes. Presentemente não existe um procedimento experimental capaz de prever em tempo real os efeitos indesejáveis que ocorrem durante um tratamento térmico. Consequentemente, as ferramentas numéricas capazes de prever de forma aproximada torna-se uma opção viável. Assim, o objetivo deste trabalho é contribuir para o conhecimento e utilização de ferramentas numéricas capazes de prever com precisão a evolução do estado termomecânico e metalúrgico de uma geometria quando sujeita a um tratamento térmico. Numa primeira fase, estudam-se as propriedades e características dos materiais, bem como alguns parâmetros numéricos, estabelecendo uma análise crítica para cada um deles. Numa segunda fase, introduz-se uma formulação que contempla efeitos isotrópicos, cinemáticos, viscosos e de crescimento de grão que é implementado numa subrotina de utilizador de um programa numérico de análise pelo Método dos Elementos Finitos. A subrotina usa o método do retorno radial com o objetivo corrigir os níveis de tensão e de deformação viscoplástica sendo que a integração temporal é efetuada de forma implícita. Neste âmbito, procedem-se a ensaios de validação das subrotinas desenvolvidas e à análise do seu comportamento. Numa última fase realiza-se a simulação de têmpera de uma engrenagem. Este ensaio mostra as potencialidades do código implementado e a sua aplicabilidade industrial. Os resultados obtidos nas diferentes simulações estão em concordância com os resultados expectáveis. As subrotinas implementadas no âmbito deste trabalho permitem avaliar as consequências termomecânicas numa geometria quando sujeita a um tratamento térmico.

Keywords

Heat treatments, finite elements method, thermomechanical models, viscoplasticity and user subroutines.

Abstract

The industrial interest in high performance components and durability with reasonable costs leads to the need of heat treating metals. So, their characteristics are manipulated in order to obtain the most suitable properties for each application. However, the heat treatment may lead to inutility of the component due to the production of residual stress field or excessive distortion on components. At present there is no experimental procedure able to predict in real time the undesirable effects that occur during a heat treatment. Consequently, the numerical tools capable of predicting it, approximately, become a viable option. The objective of this work is to contribute to the knowledge and use of numerical tools able to accurately predict the thermomechanical and metallurgical evolution of a geometry when subjected to heat treatment. Initially, we study the properties and characteristics of materials as well as some numerical parameters, establishing a critical analysis for each one. The second step introduces a formulation that includes isotropic, kinematic and viscous effects and grain growth. The formulation is implemented in a subroutine for a numerical program using the finite element method. The subroutine uses the radial return method in order to correct the levels of stress and viscoplastic strains and the time integration is made in an implicit way. In this context, validation tests of the developed user subroutines are made and the analysis of their behavior too. The last step performs a quenching simulation of a gear. This experiment shows the potential of the implemented code and its industrial applicability. The results obtained from the different simulations are consistent with the expected results. The implemented user subroutines allow the evaluation of the thermomechanical consequences in the geometry when subjected to heat treatment.

Conteúdo

| | | |
|----------|---|-----------|
| I | Enquadramento e estado da arte | 1 |
| 1 | Introdução | 3 |
| 1.1 | Enquadramento | 3 |
| 1.2 | Objetivos | 4 |
| 1.3 | Notações e Terminologia | 4 |
| 1.4 | Guia de Leitura | 5 |
| 2 | Tratamentos Térmicos | 7 |
| 2.1 | Generalidades | 7 |
| 2.2 | Liga Ferrosa: Aço | 8 |
| 2.2.1 | Diagrama de Fases | 8 |
| 2.2.2 | Diagramas TTT | 9 |
| 2.2.3 | Elementos de Liga | 11 |
| 2.2.4 | Têmperas | 13 |
| | Aquecimento | 13 |
| | Estágio à temperatura de têmpera | 13 |
| | Arrefecimento | 13 |
| 2.2.5 | Revenidos | 14 |
| 2.3 | Ligas de Alumínio | 14 |
| 2.3.1 | Ligas comerciais: Propriedades | 15 |
| 2.3.2 | Tratamentos térmicos | 16 |
| 3 | Modelos Constitutivos | 19 |
| 3.1 | Comportamento térmico | 19 |
| 3.1.1 | Capacidade Térmica | 19 |
| 3.1.2 | Dilatação térmica | 19 |
| 3.1.3 | Condutividade térmica | 20 |
| 3.1.4 | Trocas de calor com o meio ambiente | 20 |
| | Convecção | 20 |
| | Radiação | 21 |
| | Trocas de calor: efeito combinado | 22 |
| 3.1.5 | Distribuição de Temperaturas | 24 |
| 3.2 | Comportamento Termomecânico | 25 |
| 3.2.1 | Decomposição da deformação | 26 |
| 3.2.2 | Regime elástico | 26 |
| 3.2.3 | Regime plástico | 26 |
| 3.2.4 | Condição de não compressibilidade | 27 |

| | | |
|------------|---|-----------|
| 3.2.5 | Mecanismos de deformação plástica | 27 |
| 3.2.6 | Critérios de cedência | 28 |
| | Teoria da tensão normal máxima | 28 |
| | Teoria da deformação máxima | 28 |
| | Teoria da energia da deformação máxima | 29 |
| | Teoria da tensão tangencial máxima | 29 |
| | Teoria da energia de distorção máxima | 29 |
| 3.2.7 | Encruamento | 29 |
| 3.2.8 | Viscoplasticidade | 31 |
| 3.2.9 | Efeito da Temperatura sobre o Comportamento Termomecânico . . | 31 |
| II | Métodos e Modelos | 33 |
| 4 | Métodos Numéricos | 35 |
| 4.1 | Introdução | 35 |
| 4.2 | Método dos Elementos Finitos (MEF) | 36 |
| 4.3 | Abaqus | 37 |
| 4.4 | Condução transiente de calor | 37 |
| 4.5 | Modelação termomecânica | 38 |
| | 4.5.1 Método do retorno radial com integração implícita | 39 |
| | Ciclo iterativo viscoplasticidade | 43 |
| 4.6 | Implementação de uma subrotina do utilizador: UMAT | 50 |
| III | Resultados e Discussão | 51 |
| 5 | Análise numérica do material | 53 |
| 5.1 | Condutividade térmica | 53 |
| 5.2 | Leis constitutivas | 59 |
| 6 | Análise às Condições de Fronteira Convectivas | 65 |
| 7 | Análise da influência da malha e do incremento temporal | 75 |
| 7.1 | Tipo de elemento finito | 75 |
| 7.2 | Dimensão do elemento | 76 |
| 7.3 | Incremento Temporal | 77 |
| 8 | Resultados dos modelos de Norton e Shewmon | 79 |
| 8.1 | Ensaio de Validação das UMAT's | 79 |
| | 8.1.1 Modelo de Norton | 79 |
| | 8.1.2 Modelo de Shewmon | 83 |
| 8.2 | Ensaio de têmpera de uma engrenagem utilizando o modelo de Shewmon. | 87 |
| 9 | Considerações finais | 95 |
| 9.1 | Sumário e principais conclusões | 95 |
| 9.2 | Trabalhos futuros | 97 |

| | |
|---------------------------------|------------|
| A Código fortran | 99 |
| A.1 Modelo de Norton | 99 |
| A.2 Modelo de Shewmon | 105 |
| Bibliografia | 113 |

Lista de Tabelas

| | | |
|-----|--|----|
| 2.1 | Composição química do aço VCMo125 [4]. | 11 |
| 5.1 | Propriedades termomecânicas da Liga 6111-T4 [30] [31]. | 53 |
| 5.2 | Constantes do modelo Viscoplastico em função da temperatura [27]. | 59 |
| 6.1 | Coefficientes convectivos para as orientações de 0°, 45°, e 90° (ângulo medido com a vertical) em água em ebulição a 100°C [18]. | 66 |
| 6.2 | Coefficientes convectivos para as orientações de 135° e 270° (ângulo medido com a vertical) em água em ebulição a 100°C [18]. | 67 |
| 8.1 | Propriedades consideradas na subrotina no modelo de Norton de acordo com a formulação adotada. | 80 |
| 8.2 | Propriedades consideradas na subrotina do modelo de Shewmon no ensaio de validação. | 83 |
| 8.3 | Propriedades consideradas no ensaio de têmpera com o modelo de Shewmon. | 88 |

Lista de Figuras

| | | |
|-----|--|----|
| 2.1 | Diagrama de Ferro Carbono [2]. | 10 |
| 2.2 | Influência dos elementos ligantes nas curvas de transformação [2]. | 11 |
| 2.3 | Diagrama TTT do aço VCMo125 [4]. | 12 |
| 2.4 | Gráfico de revenimento [6]. | 15 |
| 3.1 | Taxas de remoção de calor em função do excesso de temperatura da peça [13]. | 24 |
| 3.2 | Efeito do número de Biot na distribuição de temperaturas ao longo da espessura de uma parede [13]. | 25 |
| 3.3 | Esquematização do processo de deformação plástica através dos planos de escorregamento (esquerda) e de maclagem (direita) [21]. | 28 |
| 3.4 | Curva tensão deformação perfeitamente plástica [17]. | 30 |
| 3.5 | Expansão isotrópica da superfície de cedência [17]. | 30 |
| 3.6 | Expansão cinemática da superfície de cedência [17]. | 31 |
| 3.7 | Efeito da temperatura no módulo de Young e no coeficiente de Poison [26]. | 32 |
| 3.8 | Efeito da temperatura na capacidade calorífica (C_p) e na emissividade (ϵ) respectivamente [26]. | 32 |
| 4.1 | Esquema do método do retorno radial com integração implícita [17]. . . . | 39 |
| 4.2 | Encruamento isotrópico com a consequente expansão da superfície de cedência, bem como a representação das tensões envolvidas [17]. | 40 |
| 4.3 | Esquema do encruamento cinemático com a consequente translação da superfície de cedência, bem como a representação das tensões envolvidas [17]. | 41 |
| 5.1 | Curva de tensão deformação da Liga 6111-T4 [30]. | 54 |
| 5.2 | Discretização da geometria adotada. | 55 |
| 5.3 | Condições de fronteira mecânicas. | 55 |
| 5.4 | Evolução da temperatura num nó central do octógono. | 56 |
| 5.5 | Campo de temperaturas para diferentes instantes de tempo (3, 45, 180, 240 e 400 segundos) e diferentes condutividades térmicas ((i) $k = 50 \frac{w}{mK}$, (ii) $k = 200 \frac{w}{mK}$, (iii) $k = 300 \frac{w}{mK}$ e (iv) $k = 500 \frac{w}{mK}$) | 57 |
| 5.6 | Representação gráfica de tensões em função do tempo. | 58 |
| 5.7 | Gráfico de tensões segundo os vários modelos constitutivos avaliadas na direção x. | 60 |
| 5.8 | Decomposição da Deformação para o modelo elasto-viscoplástico. | 61 |
| 5.9 | Relações entre temperatura, deformação e tensão no espaço temporal. . . | 62 |

| | | |
|------|---|----|
| 6.1 | Numeração dos elementos de referência para avaliação das condições de fronteira. Discretizações da geometria consideradas. | 67 |
| 6.2 | Evolução temporal das curvas de temperatura, deformação e tensão no elemento 1. | 68 |
| 6.3 | Evolução temporal das curvas de temperatura, deformação e tensão no elemento 2. | 69 |
| 6.4 | Evolução temporal das curvas de temperatura, deformação e tensão no elemento 3. | 70 |
| 6.5 | Evolução temporal das curvas de temperatura, deformação e tensão no elemento 4. | 71 |
| 6.6 | Evolução temporal das curvas de temperatura, deformação e tensão no elemento 5. | 72 |
| 6.7 | Evolução temporal das curvas de temperatura, deformação e tensão no elemento 6. | 73 |
| 7.1 | Esquema do campo de deformações viscosas obtido através de elementos quadrangulares e triangulares. | 76 |
| 7.2 | Esquema de temperaturas no instante final do arrefecimento | 77 |
| 7.3 | Esquema de deformações viscosas no final do arrefecimento. | 77 |
| 7.4 | Variação da temperatura e tensão em função do tempo para o incremento fixo e automático. | 78 |
| 8.1 | Representação do elemento sujeito ao ensaio de tração, bem como a representação dos eixos cartesianos. | 80 |
| 8.2 | Representação das tensões de Von Mises tentativa e efetivas em função da deformação total com o modelo viscoplástico de Norton para um ensaio de tração. | 81 |
| 8.3 | Representação de σ_{yy} em função ε_{yy} num ensaio de tração seguido de compressão de acordo com o modelo de Norton. | 82 |
| 8.4 | Comparação entre os ensaios de tração-compressão com diferentes tempos de processo e o seu efeito sobre a curva de tensão deformação com o modelo de Norton. | 82 |
| 8.5 | Representação das tensões de Von Mises tentativa e efetiva em função da deformação total de acordo com o modelo de Shewmon. | 84 |
| 8.6 | Comparação entre os ensaios de tração-compressão com diferentes tempos de processo e o seu efeito sobre a curva de tensão deformação com o modelo de Shewmon. | 84 |
| 8.7 | Evolução do encruamento cinemático ao longo da deformação na direção do carregamento. | 85 |
| 8.8 | Curva de evolução do tamanho de grão num arrefecimento homogéneo do elemento. | 86 |
| 8.9 | Geometria adotada para a aplicação do código desenvolvido: a) geometria inicial e b) geometria discretizada. | 87 |
| 8.10 | Campo de tensões residuais de Von Mises e magnitudes de deformações totais na engrenagem após arrefecimento em água em ebulição. | 89 |
| 8.11 | Tamanho médio de grão (mm) na engrenagem após arrefecimento em água em ebulição. | 90 |

| | | |
|------|--|----|
| 8.12 | Numeração dos elementos da engrenagem que são considerados nas representações gráficas. | 90 |
| 8.13 | Evolução da temperatura ao longo do tempo para os vários elementos selecionados. | 91 |
| 8.14 | Evolução da deformação total segundo a direção Y ao longo do tempo para os vários elementos selecionados. | 91 |
| 8.15 | Evolução da tensão segundo a direção Y ao longo do tempo para os vários elementos selecionados. | 92 |
| 8.16 | Evolução do crescimento do grão ao longo do tempo para os vários elementos selecionados. | 92 |
| 8.17 | Elemento 3: comparação entre as deformações viscoplásticas e elásticas, evolução temporal da temperatura e dependência do coeficiente de expansão térmica com a temperatura. | 94 |

Parte I

Enquadramento e estado da arte

Capítulo 1

Introdução

O homem trata termicamente os metais desde da antiguidade. Os homens primitivos trabalhavam o metal a frio e recoziam-no com o calor proveniente do fogo de forma a restaurar a sua ductilidade. Mais tarde, no Egito em 1350 A.C., um ferreiro fabricou um punhal usando um processo inovador para aquela época. O processo consistia em aquecer o metal para facilitar a sua moldação (trabalho a quente), e arrefecê-lo em água para aumentar a sua rigidez. Este processo foi largamente usado no fabrico de armamento bélico e de ferramentas, permitindo um grande desenvolvimento da sociedade. Relativamente à causa do endurecimento do metal quando sujeito a um arrefecimento em água, deve-se à migração do carbono para o interior da estrutura cristalina do ferro no decorrer do seu aquecimento. A introdução inconsciente deste elemento na estrutura do ferro teve um impacto incalculável no desenvolvimento da sociedade e deu origem ao material comumente denominada por aço. Relativamente ao alumínio, este também possui um grande impacto na sociedade atual, no entanto este só foi descoberto em pleno século XIX. Além disso, este material é particularmente complexo de extrair e isolar pelo que retardou e dificultou a sua utilização em massa.

1.1 Enquadramento

Um material é tratado termicamente quando se pretende modificar um determinado parâmetro. Nomeadamente, aliviar o campo de tensões residuais, aumentar a maquinabilidade, ou para atuar nas propriedades mecânicas do material de forma a torná-lo mais adequado à aplicação em causa. O princípio básico de um tratamento térmico consiste no controlo do aquecimento e arrefecimento do material de forma a obterem-se as características pretendidas. Durante o arrefecimento/aquecimento ocorrem fenómenos de transferência de calor e de deformação viscoplástica que podem ocorrer ou não em simultâneo. Estes fenómenos são complexos e, conseqüentemente, é necessário definir estratégias de modelação matemática e numérica, a fim de estudar o comportamento mecânico e térmico do material de uma forma eficiente e com baixo custo. Todavia, em processos de trabalho a quente, a tarefa é particularmente desafiante, visto que surgem fenómenos como a dependência temporal, o crescimento de grão, as mudanças de fase, o encruamento, entre outras que dificultam a análise do problema. Num tratamento térmico, os ciclos térmicos e os ciclos de deformação podem variar de forma muito acentuada de ponto para ponto. Assim, a análise termomecânica de um problema é fortemente de-

pendente da geometria e da estratégia de acoplamento definida. Presentemente não existe um procedimento experimental capaz de prever em tempo real o campo de tensões residuais durante um tratamento térmico. Atualmente, a única forma de avaliar o campo de tensões residuais é medi-las em ensaios destrutivos com técnicas especializadas. Todavia, estes ensaios apresentam custos e por isso as ferramentas numéricas capazes de efetuar previsões aproximadas dos tratamentos térmicos tornam-se cada vez mais atrativas [1].

Relativamente aos materiais, o tratamento térmico duma liga de alumínio, por exemplo, consiste numa têmpera seguida de revenido com tratamento de solubilização devidamente controlado. A liga é aquecida à temperatura máxima praticável (723-823 K) e mantida a essa temperatura durante o tempo necessário. Após este tratamento, a liga é sujeita a têmpera em água à temperatura ambiente. No final, a liga é endurecida por revenido.

No caso dos aços, com especial destaque para os aços multifásicos (MP) de baixo carbono desenvolvidos nas últimas décadas, apresentam propriedades mecânicas impressionantes devido aos tratamentos térmicos a que são sujeitos. Deste modo, grandes esforços têm sido feitos na exploração de vários aspetos dos aços MP. Contudo, a sua caracterização, incluindo o seu comportamento em tratamentos térmicos, não é ainda bem conhecida. Assim, modelos de previsão concisos são necessários para minimizar os custos dos métodos convencionais de desenvolvimento.

A título exemplar, a simulação de um tratamento térmico como a têmpera necessita de um modelo constitutivo capaz de traduzir as não-linearidades inerentes ao seu comportamento termomecânico. Além disso é necessário calcular as deformações elásticas, plásticas, viscosas e térmicas (modelo termoelasto-viscoplástico), e ainda os níveis de tensões residuais. Realça-se que para os aços também é necessário ter em conta os fenómenos metalúrgicos de mudança de fase.

1.2 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é contribuir para o conhecimento e utilização de ferramentas numéricas capazes de simular com precisão a evolução do estado termomecânico e metalúrgico de peças metálicas (aços e ligas de alumínio) de geometria complexa sujeitas a tratamentos térmicos. Para isso, pretende-se utilizar um código baseado no Método dos Elementos Finitos para simular arrefecimentos contínuos de peças com geometrias simples, a fim de compreender o impacto do arrefecimento no comportamento mecânico da peça e perceber as limitações dos modelos constitutivos já implementados. Numa segunda fase, pretende-se simular tratamentos térmicos em aluminios (material sem mudança de fase) através de um novo modelo constitutivo de carácter viscoplástico implementado através de uma subrotina de utilizador (UMAT). Por fim, traduzir de modo simplista as mudanças de fase que ocorrem nos aços durante o arrefecimento/aquecimento do material. Para tal, é necessário compreender e modelar vários aspetos entre os quais a modelação do material, os parâmetros numéricos, e as condições de fronteira.

1.3 Notações e Terminologia

A quantidade de terminologia específica leva à necessidade de referir alguns pontos relacionados com a escrita da presente dissertação:

1. Na utilização de termos técnicos em português indica-se a sua proveniência da língua inglesa quando se considera necessário.
2. A referência a alguns materiais é feita com base na sua composição química.
3. As variáveis escalares são apresentadas por letras em itálico, enquanto as variáveis tensoriais são representadas por letras a negrito.
4. A operação de produto interno tensorial ou dupla contração dos tensores é representado por

$$W = U : V.$$

1.4 Guia de Leitura

Este trabalho está organizado em três partes distintas. Na primeira parte intitulada **Enquadramento e estado da arte** pretende-se enquadrar o trabalho e abordar os conteúdos necessários à sua compreensão.

- **Capítulo 1** Introduz-se o trabalho dando principal ênfase nos aspetos que justificam a sua realização e faz-se uma descrição dos objetivos globais deste trabalho.
- **Capítulo 2** Introduz-se a temática dos tratamentos térmicos em dois materiais diferentes, o aço e as ligas de alumínio. Relativamente ao aço, analisam-se aspetos como os diagramas de fase, os diagramas TTT, os elementos de liga e a microestrutura do material. Por fim, aborda-se os vários tratamentos térmicos a que o material pode ser sujeito com principal foco nas têmperas e nos revenidos. Relativamente às ligas de alumínio, indica-se o seu processo de fabrico e transformação, e descrevem-se as principais ligas comerciais. Por fim, é apresentado os vários tratamentos térmicos que podem ser aplicados ao material.
- **Capítulo 3** Introduz-se a temática dos modelos constitutivos, abordando as várias temáticas necessárias à compreensão deste trabalho. Inicialmente descreve-se o comportamento térmico, ou seja, as propriedades térmicas, os mecanismos de transferência de calor e a distribuição de temperaturas num corpo. Por fim descreve-se o comportamento termomecânico, indicando as leis de comportamento, os mecanismos de deformação, os critérios de cedência, os processos de encruamento, os fenómenos de viscoplasticidade e estabelecem-se os elos de ligação entre o comportamento mecânico e térmico.

A segunda parte intitulada **Métodos e Modelos** é constituída por um capítulo, no qual se aborda os métodos numéricos e os modelos constitutivos necessários a este trabalho.

- **Capítulo 4** Apresentam-se algumas considerações, explica-se sucintamente o método dos elementos finitos e a estrutura do software comercial adotado. De seguida introduz-se a temática da condução de calor transiente, apresentando-se uma formulação geral. Posteriormente, descreve-se o método do retorno radial bem como toda a formulação matemática necessária à escrita das subrotinas do utilizador. Por fim, apresenta-se as subrotinas do utilizador e os seus parâmetros de entrada.

A terceira e última parte da tese intitulada **Resultados e Discussão** são apresentados e discutidos os resultados relativos ao estudo da análise numérica do material, das condições de fronteira, da análise dos parâmetros numéricos e da validação e aplicação das subrotinas do utilizador.

- **Capítulo 5** Apresentam-se e discutem-se os resultados provenientes da análise numérica do material, nomeadamente ao nível da condutividade térmica e dos modelos constitutivos.
- **Capítulo 6** Apresentam-se e discutem-se os resultados provenientes da análise das condições de fronteira. O estudo incide sobre o impacto no campo de resultados das diferentes formas e aproximações possíveis de considerar aquando a modelação das mesmas.
- **Capítulo 7** Apresentam-se e discutem-se os resultados provenientes da análise dos parâmetros numéricos, nomeadamente ao nível do tipo de elemento finito, da dimensão do elemento e do incremento temporal.
- **Capítulo 8** Apresentam-se algumas considerações e de seguida mostram-se os resultados dos ensaios de validação das subrotinas do utilizador relativas ao modelo de Norton e Shewmon. Por fim, apresentam-se e discutem-se os resultados provenientes da aplicação subrotina relativa ao modelo de Shewmon num problema de cariz industrial.
- **Capítulo 9** Neste capítulo é efetuado um sumário do trabalho, onde são apresentadas as conclusões gerais dos resultados obtidos na sua realização. No fim, são apresentadas algumas sugestões a desenvolver em trabalhos futuros.
- **Anexo A** Disponibilizam-se as subrotinas desenvolvidas do âmbito deste trabalho para consulta.

Capítulo 2

Tratamentos Térmicos

2.1 Generalidades

Os materiais podem existir em diferentes estados: sólido, líquido e gasoso. Na transição de líquido para sólido a matéria tende a organizar-se segundo uma estrutura típica. Então a solidificação é um processo de ordenação dos átomos devido às forças de coesão que à medida que o material arrefece tornam-se cada vez mais dominantes. A forma como os átomos se organizam denomina-se por estrutura cristalina e quanto ao mais pequeno arranjo atómico com um empilhamento perfeito designa-se por grão. O material pode apresentar diferentes estruturas cristalinas sendo as mais comuns a estrutura cúbica de corpo centrado (CCC) e a estrutura cúbica de faces centradas (CFC).

Na estrutura cúbica de corpo centrado, os átomos encontram-se dispostos nos vértices de um cubo e com mais um átomo no seu centro. Os seguintes materiais apresentam a estrutura cristalina em análise: Crómio, Vanádio, Molibdénio e Ferro (α e δ).

A estrutura cúbica de faces centradas apresenta um átomo em cada vértice do cubo e um átomo no centro de cada uma das suas faces. Contudo, neste tipo de estrutura não existe qualquer elemento no seu centro. Como exemplo de materiais que cristalizam segundo esta estrutura destacam-se os seguintes: Ouro, Prata, Cobre, Platina, Alumínio e Ferro (γ).

Nos materiais não ligados, a solidificação ocorre a temperatura constante. Todavia em materiais ligados o processo ocorre num intervalo de temperaturas. Então existe necessidade de introduzir os diagramas de equilíbrio, a fim de possibilitar o estudo do processo de solidificação do material. Os diagramas de equilíbrio permitem obter informações acerca dos cristais acabados de formar, bem como as composições e frações da mistura. Estes também assumem particular importância quando os materiais apresentam diferentes estruturas cristalinas em diferentes estados termodinâmicos (temperatura), visto que estes caracterizam todas essas transformações com elevado rigor. A capacidade do material apresentar diferentes estruturas cristalinas em diferentes estados termodinâmicos designa-se por alotropia. Como consequência, alguns materiais quando sujeitos a diferentes ciclos de aquecimento e arrefecimento (solidificação) alteram as suas propriedades. Então quando se recorre a ciclos de aquecimento e arrefecimento estrategicamente escolhidos é possível, em alguns materiais, melhorar as suas propriedades, efetuando assim um tratamento térmico ao material. Atualmente existem inúmeros tratamentos térmicos possíveis entre os quais de destacam os seguintes: Recozimento, Têmpera, Revenido, e Endurecimento por precipitação.

O recozimento pode ter vários objetivos distintivos dependendo do seu tipo. O recozido de difusão tem como objetivo obter uma estrutura mais homogênea através da distribuição mais uniforme dos elementos de liga. O recozido de normalização também tem como objetivo a obtenção de uma estrutura mais homogênea, contudo também permite o refinamento dos grãos do material que ficaram demasiados grandes. O recozido de amaciamento permite obter o material no seu estado macio, tornando-o muito atrativo para sofrer maquinação. Por fim, existe o recozido de distensão que tem por finalidade a redução de tensões residuais do material e consequentemente evitar empenos futuros.

Relativamente à têmpera, ao revenido e ao endurecimento por precipitação, estes serão analisados de forma mais detalhada mais adiante neste trabalho. Contudo ambos têm como princípio físico o aquecimento do material para um posterior arrefecimento de forma a melhorar as suas propriedades. Todavia, existem outros tratamentos que envolvem uma parte térmica tais como: a cementação, a nitruração, a carbonitretação e a sulfonização, mas estes tipos de tratamentos também envolvem uma parte química pelo que não serão objeto de estudo neste trabalho. Este género de tratamentos designam-se por tratamentos termo-químicos, visto que alteram a composição química do material [2].

2.2 Liga Ferrosa: Aço

Sob o ponto de vista de engenharia, o ferro puro é pouco atrativo, por isso este apresenta-se no mercado sob a forma de uma liga. Entre os vários elementos possíveis, o carbono é o elemento de liga mais comum. Assim, uma liga de ferro carbono, cujo teor de carbono esteja compreendido entre 0.03% e 2.06%, é denominado por aço. Caso as percentagens de carbono sejam elevadas, é normalmente designado por aço fundição. Todavia para as percentagens de carbono superiores a 6.67%, o material perde a sua aplicabilidade como material de engenharia.

2.2.1 Diagrama de Fases

O aço apresenta diferentes estruturas cristalinas dependendo da percentagem de carbono e da temperatura a que se encontra. Então para uma caracterização adequada das diferentes estruturas cristalinas existentes, surge a necessidade de introduzir o diagrama de equilíbrio das ligas de ferro carbono. Após uma análise cuidada do diagrama identificam-se as seguintes fases sólidas: ferrite (α), austenite (γ), cementite (Fe_3C) e ferrite (δ).

A ferrite (α) é uma solução sólida intersticial de carbono na estrutura cristalina do ferro CCC. Como se pode comprovar no diagrama da figura 2.1, o carbono é muito pouco solúvel na ferrite (α), alcançando a solubilidade máxima de 0.02% à temperatura 723 °C. Todavia a solubilidade máxima diminui para 0.005% à temperatura de 0 °C.

A austenite (γ) é uma solução sólida intersticial de carbono na estrutura cristalina do ferro. Esta fase sólida apresenta uma estrutura cristalina CFC e possui uma maior capacidade de dissolver carbono na sua estrutura do que o anterior. A 1148 °C a sua solubilidade pode alcançar 2.08% e diminui para 0.8% caso esteja a 723 °C. O campo de existência da austenite situa-se entre os 911 °C e os 1392 °C.

A cementite (Fe_3C) não é uma fase de equilíbrio, contudo é uma fase metastável que apresenta grande estabilidade a temperaturas ambientes. Consequentemente encontra-se também presente no diagrama. Esta fase apresenta um intervalo de solubilidade

desprezável, possuindo uma composição de 6.67% de carbono e 93.3% de ferro. Este composto é um composto duro e frágil.

A ferrite (δ) é uma solução intersticial no ferro, na qual os seus átomos se organizam segundo uma estrutura CCC, embora a distância entre os átomos (parâmetro de rede) aumente quando comparado com a ferrite (α). A sua solubilidade máxima de carbono é de 0.09% a 1465 °C. O seu campo de existência situa-se entre as temperaturas de 1392 °C e 1536 °C (ponto de fusão do ferro) [3].

No diagrama em análise (ver figura 2.1) está também presente um composto denominado por perlite. Este composto trata-se de uma estrutura constituída por lamelas alternadas de ferrite (α) e cementite.

Relativamente aos tratamentos térmicos as fases importantes são a austenite, a ferrite (α) e a cementite, visto que num tratamento térmico o ponto relevante é a austenização do aço. Num processo de aquecimento o material irá progressivamente transformando a sua ferrite (α) e a sua cementite em austenite, ou seja, passa de uma estrutura CCC para uma estrutura CFC. Esta mudança de estrutura cristalina necessita de tempo para ocorrer e tem uma forte dependência temporal que influencia grandemente o campo de resultados. Então surge a necessidade da introdução dos diagramas Tempo-Temperatura-Transformação (TTT) que permitem caraterizar temporalmente a transformação.

2.2.2 Diagramas TTT

Os diagramas de equilíbrio são muito úteis para perceber as transformações que ocorrem à medida que se eleva as temperaturas. Contudo, não permitem caraterizar temporalmente a curva de arrefecimento. A caraterização temporal assume particular importância para projetar e definir o meio de arrefecimento adequado para realizar o tratamento térmico.

A composição química do aço define as curvas do diagrama TTT e apresentam-se de diversas formas. Contudo, pode-se agrupá-los em quatro grupos. O primeiro grupo refere-se aos aços cujo teor de carbono não ultrapassa os 0.86%, sendo este o único elemento ligante, isto é, aços hipoeutectóides. O segundo grupo refere aos aços que têm como único elemento ligante o carbono, com uma percentagem igual a 0.86% e são denominados por aços eutectóides. O terceiro grupo refere-se aos aços que apenas contêm carbono na estrutura cristalina numa percentagem superior a 0.86% (aços hipereutectóides). O último grupo refere-se aos aços que para além do carbono apresentam outros elementos ligantes.

As curvas dos diagramas TTT são determinadas com pequenas amostras que se encontram completamente austenitizadas e, com um processo iterativo, o material é sujeito a diferentes taxas de arrefecimento. Como resultado do procedimento experimental anterior e com o auxílio de exames metalográficos são traçadas as curvas de início e fim das diferentes fases sólidas que são possíveis de obter mediante as diferentes curvas de arrefecimento.

Na zona superior dos diagramas, isto é, de menor taxa de arrefecimento encontram-se as curvas de início e fim da transformação de austenite para ferrite (α) e perlite. Estas duas fases conferem ao material um estado "macio" e de reduzida dureza.

Numa zona intermédia encontram-se as curvas de início e fim da transformação da austenite para bainite. Este novo composto é uma estrutura intermédia da cementite com a ferrite. Este composto confere ao material propriedades intermédias e alguma dureza [2].

A zona inferior do diagrama, ou seja, a zona de maior taxa de arrefecimento, encontra-se a curva de início e fim de transformação de austenite para martensite. Este novo composto apresenta elevada dureza e corresponde a uma fase metastável do aço, que consiste numa solução sólida sobressaturada de carbono dissolvido intersticialmente na estrutura CCC do aço. Contudo a estrutura CCC anteriormente referida apresenta algum grau de distorção devido a grande quantidade de carbono no seu interior [3].

As três zonas anteriormente referenciadas podem ser deslocadas e modificadas sob o efeito dos elementos ligantes. Compostos como silício (Si), cobalto (Co), crómio (Cr), molibdénio (Mo), manganês (Mn), níquel (Ni), vanádio (V), alumínio (Al), entre outros, são os responsáveis pelo deslocamento e modificação do aspeto das curvas TTT. O efeito particular de cada um dos elementos pode ser analisado na figura 2.2.

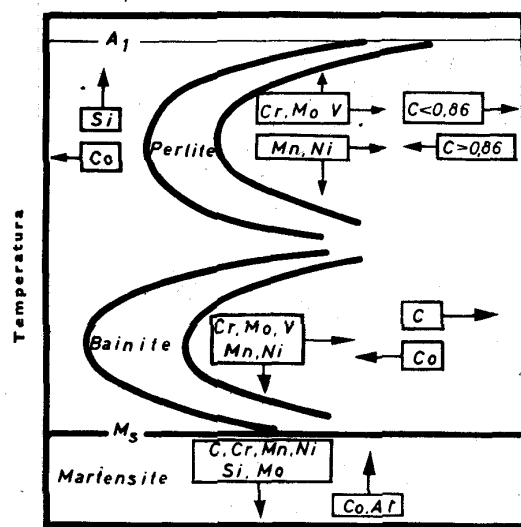


Figura 2.2: Influência dos elementos ligantes nas curvas de transformação [2].

A título exemplar apresenta-se um exemplo de um diagrama TTT referente a um aço estrutural com os elementos de liga listados na tabela 2.1.

Tabela 2.1: Composição química do aço VCMo125 [4].

| Carbono (C) | Silício (Si) | Manganês (Mn) | Crómio (Cr) | Molibdénio (Mo) |
|-------------|--------------|---------------|-------------|-----------------|
| 0.25 | max(0.4) | 0.75 | 1.05 | 0.23 |

A designação comercial deste aço é VCMo125 e têm como aplicações veios de transmissão de potência, componentes de viaturas, turbinas, entre outros.

2.2.3 Elementos de Liga

Como já foi mencionado, os vários elementos de liga influenciam as curvas dos diagramas TTT e, por consequente, a dureza do material. Todavia, também influenciam as propriedades mecânicas dos mesmos. Quando os elementos de liga são adicionados aos aços, estes têm as seguintes finalidades e funções [2]:

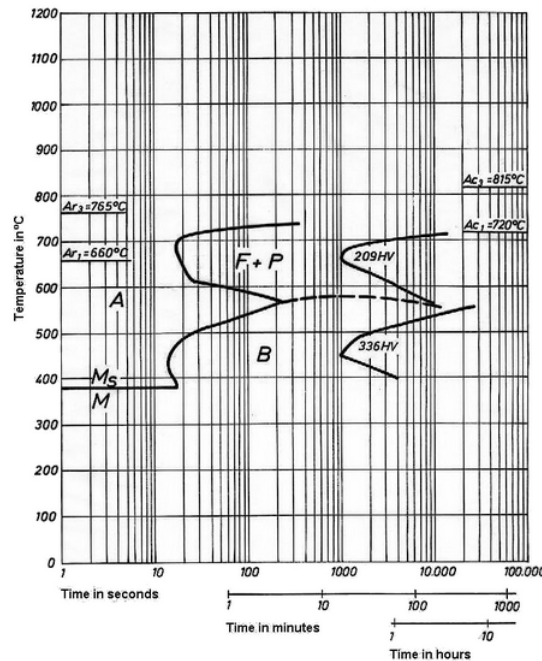


Figura 2.3: Diagrama TTT do aço VCMo125 [4].

- Aumentar a resistência à tração: carbono (C), manganês (Mn), cromo (Cr) e níquel (Ni).
- Melhorar a maquinabilidade: Enxofre (S), selênio (Se) e chumbo (Pb).
- Melhorar a resistência ao desgaste: cromo (Cr), manganês (Mn), molibdênio (Mo) e tungstênio (W).
- Aumentar a penetração de têmpera: carbono (C), manganês (Mn), níquel (Ni), molibdênio (Mo) e cromo (Cr).
- Diminuir a fragilidade no revenido: molibdênio (Mo) e vanádio (V).
- Aumentar a resistência ao revenido: tungstênio (W), molibdênio (Mo), vanádio (V) e cobalto (Co).
- Resistir a temperaturas elevadas: tungstênio (W), molibdênio (Mo), vanádio (V), cobalto (Co) e cromo (Cr).
- Resistir ao trabalho a quente: tungstênio (W), molibdênio (Mo), vanádio (V) e cromo (Cr).
- Aumentar resistência à corrosão: cromo (Cr), níquel (Ni), molibdênio (Mo), cobre (Cu) e silício (Si).

Os elementos de liga anteriormente referenciados e muitos outros que devido a sua menor importância não foram referenciados, apresentam outras propriedades que aqui não foram descritas. Todavia, mais detalhes podem ser encontrados em [5].

2.2.4 Têmperas

Uma têmpera de um aço pode ser subdividida em três partes distintas: o aquecimento, o estágio à temperatura de têmpera e o arrefecimento. Com o aquecimento e o estágio à temperatura de têmpera pretende-se a austenização completa da massa de aço, para posteriormente executar um arrefecimento convenientemente a fim obter as propriedades pretendidas [2].

Aquecimento

Durante o aquecimento do material é necessário considerar os gradientes térmicos, visto que o material apresenta uma resistência à condução do calor. Caso se pretenda aquecer demasiado rápido o material, este aquece de forma não homogênea originando tensões residuais que o fragilizam. Portanto para alguns materiais é necessário realizar um pré-aquecimento e estágios a temperaturas intermédias na tentativa de um aquecimento mais uniforme. O volume da peça deverá ser pelo menos três vezes menor que o do forno. Caso a peça seja de elevada dimensão haverá uma transferência de calor não uniforme e, conseqüentemente, um aquecimento do material pouco homogêneo. Outro aspeto é a descarbonização e oxidação do material devido à atmosfera oxidante. A solução passa por utilizar uma atmosférica inerte ou o empacotamento em coque queimado e moído [2].

Estágio à temperatura de têmpera

O estágio à temperatura de têmpera tem como objetivo a austenização completa do aço. O tempo necessário para a austinização estar completa depende de inúmeros fatores como composição química do aço, a dimensão da peça, a curva de aquecimento, entre outros fatores. Contudo, tempo de estágios demasiado elevados é prejudicial ao material, visto que aumenta demasiado o tamanho do grão. Pois tamanhos de grão demasiado elevados afeta negativamente as propriedades do material e caso tal situação ocorra, é necessário proceder a recozido de normalização [2].

Arrefecimento

Após o correto aquecimento e estágio à temperatura de têmpera segue-se o arrefecimento. Nesta etapa procede-se ao arrefecimento do material a uma determinada velocidade de arrefecimento a fim de obter a fase sólida pretendida, isto é, martensite ou bainite para um vasto leque aplicações.

Os meios de arrefecimento são variados desde água, óleo, sais e um jacto de ar seco. No caso da utilização da água, esta deve estar a 20/30 °C e o óleo que deve estar a 50/60 °C. Quanto ao cálculo da velocidade de arrefecimento do material, esta é determinada com o auxílio dos diagramas TTT anteriormente mencionados. Caso fosse pretendido obter bainite como fase sólida dominante, a velocidade de arrefecimento para obtenção desta fase sólida era determinada através de uma reta tangente (traçada do diagrama) à curva de início da transformação da bainite. Assim, o declive dessa reta seria a velocidade máxima de arrefecimento.

Relativamente à homogeneidade do arrefecimento numa têmpera, esta é problemática, visto que nos deparamos com graves problemas. A gravidade dos problemas resulta da elevada velocidade de arrefecimento que origina elevadas tensões térmicas que por sua

vez podem levar à fratura das partes mais delicadas dos componentes. A solução possível passa por realizar uma têmpera interrompida, ou uma têmpera por histerese.

Na têmpera interrompida utilizam-se dois meios de arrefecimentos distintos primeiro em água e depois ao ar livre. Quanto à têmpera por histerese, esta é distinta da anterior, visto que arrefece-se o material dentro do forno até à temperatura mínima para a qual não existe qualquer transformação. De seguida procede-se ao arrefecimento em banho quente. Estas podem ser de dois tipos: martêmpera e austêmpera.

A martêmpera consiste no arrefecimento em banho de sais cuja a temperatura dos sais não permite a formação de martensite. Assim após efetuar o estágio a essa temperatura, a fim de uma melhor homogeneização da estrutura cristalina, procede-se a um arrefecimento ao ar livre.

A austêmpera consiste no arrefecimento do material num banho de sais à temperatura ideal para a formação de bainite sendo esta determinada com o auxílio dos diagramas TTT [2].

A penetração de têmpera é normalmente definida pela espessura de material que adquire as propriedades mecânicas pretendidas, como por exemplo a dureza. Esta é influenciada pela secção do material, pela composição química e pela inércia térmica [5]. No entanto as condições a que foi processado têm forte influência na penetração de têmpera, visto que um aquecimento e um estágio à temperatura de têmpera incorretos afetam negativamente os resultados.

2.2.5 Revenidos

Um revenido deverá ser efetuado imediatamente a seguir à têmpera, com o objetivo de não deixar a peça sob as tensões que resultaram da têmpera. As tensões geradas pela formação da martensite podem gerar fraturas no material. A finalidade de um revenido passa por tentar eliminar as tensões anteriormente mencionadas e atribuir a dureza pretendida ao material.

Atualmente, a delineação de um revenido é facilitado pelas informações fornecidas pelo fabricante. A título exemplar pode-se observar na figura 2.4 um gráfico que permite escolher a temperatura de revenido em função da dureza e da temperatura de têmpera. Este indica ainda as temperaturas de revenido a evitar e propõe um tempo de estágio à temperatura de revenido bem como um número de estágios. Assim a delineação de uma revenido é largamente facilitada. Todavia, é de extrema importância perceber os fenómenos que ocorrem a fim de poder agir no sentido de otimizar as características finais do material. O aço em análise é o Orvar Supreme usado na produção de ferramentas moldantes para injeção de ligas de alumínio silício e alguns polímeros.

2.3 Ligas de Alumínio

O alumínio é o metal mais abundante na crosta terrestre. Contudo, este só existe quando combinado com outros elementos, nomeadamente os óxidos e os silicatos. Este metal apresenta baixa densidade e quando combinado com outros elementos de liga (ferro, magnésio, silício, zinco, cobre, níquel, crómio, tungsténio, zircónio, boro, titânio, lítio e estanho) pode apresentar propriedades mecânicas muito atrativas sob o ponto de vista da engenharia. Em contrapartida, o minério do alumínio (bauxite) é de difícil e dispendioso processamento.

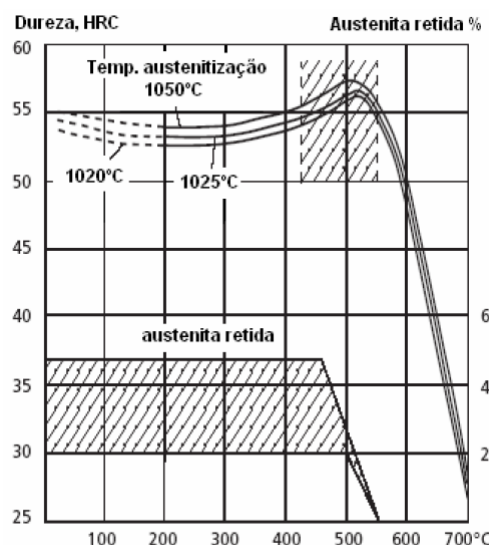


Figura 2.4: Gráfico de revenimento [6].

O processo de fabrico Bayer é comumente utilizado na indústria, porém, o processo apresenta um baixo rendimento. Na produção de uma tonelada de alumínio é necessário submeter seis toneladas de bauxite a todo o processo termoquímico que engloba várias etapas.

As ligas de alumínio apresentam grande versatilidade no seu uso e grande facilidade na sua reciclagem. Atualmente cerca de um terço do consumo mundial de alumínio é de alumínio reciclado, constituindo assim uma parte económica e financeira muito importante na indústria. As vantagens económicas e financeiras devem-se ao facto de a energia necessária para reciclar uma porção de alumínio ser substancialmente menor que para a produzir a partir do minério [7].

2.3.1 Ligas comerciais: Propriedades

As ligas de alumínio dividem-se em dois grandes grupos: as não tratáveis termicamente e as ligas tratáveis termicamente. As ligas não tratáveis termicamente não sofrem endurecimento por precipitação, porém, podem ser endurecidas através de deformação a frio. As ligas de alumínio que pertencem a este grupo são as 1xxx, 3xxx, 4xxx e 5xxx. As ligas tratáveis termicamente podem sofrer endurecimento por precipitação, aumentando assim a sua resistência mecânica. As ligas 2xxx, 6xxx, 7xxx e 8xxx são exemplos de ligas que podem ser tratadas termicamente.

As ligas 1xxx são seleccionadas para condutores elétricos e aplicações que requerem uma boa resistência à corrosão e excelente formabilidade. Esta não é tratável termicamente, visto que apresenta mais de 99% de alumínio, contendo uma percentagem muito reduzida de silício, de ferro e de cobre.

As ligas 2xxx são usadas maioritariamente pela indústria aeroespacial e o seu principal elemento de liga é o cobre. O magnésio também é adicionado a grande parte destas ligas, visto que aumenta resistência mecânica, a ductilidade, a resistência à corrosão e

a soldabilidade. A classe em análise é tratável termicamente e durante o tratamento é comum forma-se um composto intermetálico (Al_2CuMg) que contribui para o aumento da resistência mecânica. Por vezes, nestas ligas ainda são adicionados outros elementos.

As ligas 3xxx têm uma aplicabilidade muito generalista, tendo como aplicação, o fabrico de tubagens, alhetas, e entre outros componentes. Estas ligas são muito resistentes à corrosão e contém uma boa deformabilidade. Contudo, não é tratável termicamente. Esta tem como elemento principal de liga o manganês, que se dispersa finamente na matriz metálica do alumínio, aumentando a sua resistência mecânica. Porém, diminui a ductilidade e a resistência à corrosão intergranular.

As ligas 4xxx não são termicamente tratáveis e têm como aplicabilidade a produção de fios de soldadura. O principal elemento de liga é o silício e caso seja submetida a um tratamento térmico há o efeito indesejado da coalescência do silício.

As ligas 5xxx não são termicamente tratáveis, algumas delas têm como aplicabilidade a indústria de transportes e naval quando se apresentam sob a forma de chapas finas. Nesta classe o principal elemento de liga é o magnésio que favorece a resistência à corrosão e à deformabilidade. O magnésio é adicionado em cerca de 5%, visto que deste modo consegue-se promover o endurecimento por solução sólida.

Atualmente, as ligas 6xxx representam cerca de 80% da produção mundial de extrudidos. Este grupo apresenta características apropriadas para extrusão, soldadura, e resistência à corrosão. Os principais elementos de liga são magnésio e o silício, que reagem e formam um composto (Mg_2Si) que ao sofrer precipitação origina o endurecimento do material, ou seja, este grupo é termicamente tratável. Esta classe também possui outros elementos ligantes em pequenas quantidades tais como o cobre, o crómio e o manganês.

As ligas 7xxx são materiais de alto desempenho, usados normalmente pela indústria aeroespacial em componentes sujeitos a esforços severos. Este grupo tem como principais elementos ligantes o zinco, o magnésio e o cobre. O zinco e o magnésio reagem formando um novo composto ($MgZn_2$) que promove o endurecimento em tratamentos térmicos. A elevada solubilidade do zinco e do magnésio no alumínio promovem uma grande densidade de precipitados que favorece o aumento da resistência mecânica [7].

As ligas 8xxx não são tratáveis termicamente e têm como aplicabilidade fios de construção e cabos de serviço [8]. Os principais elementos de liga são o lítio, estanho, ferro, cobre e manganês [9]. As ligas Al-Sn são indicadas para aplicações que envolvam atrito. As ligas Al-Fe são indicadas para condutores elétricos [7].

Em suma, os desenvolvimentos das ligas de alumínio devem-se à necessidade de materiais leves e de baixo custo, com um nível de resistência mecânica aceitável. Por outro lado a resistência à corrosão dos alumínio é extremamente atrativa para algumas indústrias, bem como a sua boa condutibilidade elétrica.

2.3.2 Tratamentos térmicos

O alumínio pode ser sujeito a tratamentos térmicos a fim de aumentar a sua resistência mecânica bem como o seu módulo de elasticidade [10]. Este pode sofrer um conjunto de tratamentos térmicos que se denominam por endurecimento por precipitação.

O endurecimento por precipitação é um processo que permite o aumento da resistência mecânica de algumas ligas metálicas, em particular as ligas de alumínio 2xxx, 6 xxx e 7 xxx. Deste processo resulta uma liga termicamente tratada, visto que os precipitados dispersam-se na matriz metálica. Estes compostos vão atuar como obstáculos ao movi-

mento das deslocações, mecanismo principal de deformação. Portanto existe um aumento da resistência mecânica. Este processo é normalmente dividido em três partes distintas: tratamento térmico de solubilização, tratamento térmico de têmpera e tratamento de envelhecimento (revenido).

O tratamento térmico de solubilização é o aquecimento do material e posterior estágio a uma temperatura entre o ponto de solidificação e fusão do material. Devido a este processo é possível a homogeneização dos precipitados grosseiros nas fronteiras de grão numa estrutura sólida e uniforme.

O tratamento térmico de têmpera consiste num arrefecimento rápido do material, geralmente até à temperatura ambiente. O fluido usado nas têmperas é água, visto que os problemas associados à oxidação e corrosão são reduzidos. Caso as peças apresentem uma geometria complexa há possibilidade de formação de tensões internas que podem levar a distorções. Nesta situação deverá ser usado água em ebulição, ou óleos, ou sais.

O tratamento de envelhecimento consiste na formação e dispersão de finos precipitados com o objetivo de efetuar um endurecimento por precipitação. Caso o tratamento térmico de envelhecimento seja processado à temperatura ambiente trata-se de um envelhecimento natural, caso seja processado a temperaturas mais altas trata-se de envelhecimento artificial.

Em algumas ligas pode-se conseguir um considerável aumento de resistência mecânica e dureza através de deformação controlada a frio após têmpera. O aumento de resistência do material é atribuído ao encruamento.

A aquisição do material no mercado pode ser efetuada em diferentes estados, assim dependendo da sua aplicação, escolhe-se o estado mais apropriado. Alguns dos diferentes estados são:

- Tal como fabricado (F)
- Recozido e recristalizado (O) favorecendo a ductilidade e diminui a resistência mecânica.
- Tratado termicamente: solubilização (W), aplicado apenas a materiais que envelhecem à temperatura ambiente.
- Endurecido por encruamento (H), ou seja, deformado a frio controladamente.
- Tratado termicamente (T) para obtenção de estruturas estáveis.

Relativamente aos materiais tratados termicamente, estes são denominados pela letra T seguido de um ou dois números. As diferentes sequências de tratamentos térmicos possíveis são numeradas da seguinte forma:

- T1- Arrefecimento e envelhecimento natural até um estado estável. Utiliza-se em materiais que foram arrefecidos desde uma temperatura elevada à qual foram enformados e envelhecidos naturalmente.
- T2-Arrefecimento, deformação a frio e envelhecimento natural até ao estado estável. Utiliza-se em materiais que foram arrefecidos desde uma temperatura elevada à qual foram enformados para posterior deformação a frio, a fim de aumentar a sua resistência mecânica por encruamento. No final são naturalmente envelhecidos.

- T3- Deformação a frio e envelhecimento até ao estado estável. Utilizam-se em materiais que foram deformados a frio após tratamento de solubilização e envelhecidos naturalmente.
- T4- Tratamento térmico de solubilização e envelhecimento natural.
- T5- Arrefecimento e envelhecimento artificial. Utiliza-se em materiais que foram arrefecidos desde uma temperatura elevada à qual foram enformados e envelhecidos artificialmente.
- T6- Solubilização seguido de envelhecimento artificial.
- T7- Solubilização seguida de estabilização.
- T8- Solubilização, deformação a frio e envelhecimento artificial.
- T9- Solubilização, envelhecimento artificial e deformação a frio.
- T10- Arrefecimento, deformação a frio e envelhecimento artificial.

As dez sequências apresentadas anteriormente são uma pequena parte das muitas outras sequências de tratamentos possíveis de efetuar.

Relativamente ao envelhecimento, este pode ser subdividido em dois tipos, envelhecimento natural e o envelhecimento artificial. O primeiro aumenta a resistência mecânica do material e prossegue indefinidamente ou eventualmente estabiliza. O segundo processa-se a temperaturas mais elevadas e promove um aumento da dureza numa fase inicial. Porém, se o tempo de envelhecimento for demasiado elevado ocorre o amaciamento do material, a este fenómeno denomina-se sobreenvelhecimento.

Capítulo 3

Modelos Constitutivos

3.1 Comportamento térmico

O comportamento térmico dos materiais está centrado no comportamento do metal face à absorção de calor. Num processo de absorção de calor, as variáveis de estado do material tais como a temperatura e a energia interna aumentam, visto que existe um aumento da energia vibracional dos átomos em torno da sua posição de equilíbrio, bem como da energia cinética dos elétrons livres [11].

3.1.1 Capacidade Térmica

Se considerar duas massas idênticas, mas de materiais diferentes sujeitas às mesmas condições de fronteira, estas irão atingir estados de finais de equilíbrio diferentes. As razões que levam a tal fenómeno devem-se às diferentes capacidades térmicas do material, ou seja, diferentes quantidades de energia necessária para se elevar a sua temperatura, isto é,

$$C = \frac{dQ}{dT}. \quad (3.1)$$

3.1.2 Dilatação térmica

Na maioria dos sólidos a principal consequência da absorção de calor é o aumento da energia vibracional dos seus átomos e, consequente, alteração de volume. Na ausência de transformações de fase, a maioria dos materiais apresentam coeficientes de dilatação térmica (β) positivos, ou seja, aumentam a sua dimensão com o aumento de temperatura. Consequentemente, um material exposto a um gradiente térmico irá sofrer uma deformação térmica, resultado da dilatação térmica [11]. Esta deformação (ε^T) é dada por:

$$\varepsilon^T = \beta_L \Delta T, \quad (3.2)$$

onde β_L é o coeficiente de dilatação térmica linear e ΔT é a variação de temperatura. Este coeficiente traduz o aumento espacial de uma determinada direção por unidade de temperatura e comprimento, e pode ser estimado por

$$\beta_L = \frac{L_f - L_i}{L_i} \frac{1}{(T_f - T_i)}, \quad (3.3)$$

onde L_f e L_i são a dimensão final e inicial, e T_f e T_i são a temperatura final e inicial, respetivamente. Todavia, quando se prende avaliar a variação volumétrica de uma peça, e não a sua deformação, define-se um coeficiente de dilatação térmica em função das variações volumétricas. Assim, este traduz a variação de volume por unidade de temperatura e volume e pode ser avaliado com base na equação seguinte:

$$\beta_v = \frac{V_f - V_i}{V_i} \frac{1}{(T_f - T_i)}, \quad (3.4)$$

onde V_f e V_i são o volume final e inicial, e T_f e T_i são a temperatura final e inicial, respetivamente. No entanto, para materiais isotrópicos pode-se aproximar o coeficiente de dilatação térmica volumétrico (β_v) ao triplo do coeficiente dilatação térmica linear (β_L), propriedade comumente usada e de mais fácil determinação [11]:

$$\beta_v = 3\beta_L. \quad (3.5)$$

3.1.3 Condutividade térmica

A condutividade térmica é propriedade que quantifica a capacidade do material de conduzir calor das regiões a maior temperatura para as regiões a menor temperatura (condução). A condução de calor é uma transmissão de energia das partículas num estado mais energético para as partículas num estado de menos energético, para que cada uma delas esteja no estado mínimo de energia. No caso dos metais corresponde à troca energética entre os eletrões dos diferentes átomos [12].

O modelo matemático comumente usado para quantificar a condução de calor é intitulado por lei de Fourier, que estabelece que o fluxo de calor por condução, numa dada direção é proporcional à área normal à direção considerada e ao gradiente de temperatura na direção em análise:

$$\dot{Q} = -KA \frac{dT}{dx}, \quad (3.6)$$

onde K é a condutividade térmica do material [13]. O sinal negativo presente na equação 3.6 é consequência da direção do fluxo de calor ser contrária à direção do gradiente de temperatura.

3.1.4 Trocas de calor com o meio ambiente

Os mecanismos que possibilitam a troca de calor do material com o meio envolvente são a convecção e a radiação, analisando-os separadamente e conjuntamente o seu efeito.

Convecção

A convecção é um compromisso entre dois mecanismos que possibilitam a transferência de calor. O movimento atómico e o macroscópico contribuem para a troca de calor entre o material e o meio envolvente. A troca de calor só ocorre se o material e o meio envolvente estiverem a temperaturas diferentes, ou seja, a níveis energéticos distintos. Esta troca só cessa quando os dois intervenientes atingirem um estado de equilíbrio. O modelo matemático mais usado para quantificar esta troca de calor é a lei de resfriamento de Newton. Este estabeleceu que o fluxo de calor por convecção, em uma dada direção, é proporcional à área normal à direção considerada e à diferença de temperaturas na

direção em análise. A constante de proporcionalidade é o coeficiente de transferência de calor por convecção (h) [13], incluído em

$$\dot{Q} = hA\Delta T. \quad (3.7)$$

Apesar da simplicidade aparente da lei de Newton, esta assume particular complexidade e incerteza na determinação do coeficiente de transferência de calor por convecção (h). Este coeficiente é dependente de inúmeras variáveis. Todavia, inúmeros estudos foram realizados, existindo uma extensa literatura sobre as inúmeras correlações existentes ([14] [15]).

Radiação

Toda a matéria independente do seu estado, a uma temperatura maior que 0 K emite radiação e também recebe radiação (irradiação) proveniente da vizinhança. Ao contrário dos dois mecanismos anteriormente falados (convecção e condução), este não necessita de um meio material para ocorrer transferência de calor, tendo eficiência máxima caso não exista meio material.

Particularizando a análise a materiais sólidos, a radiação é importante para altas temperaturas, visto que os seus átomos entram num estado vibracional elevado e ocorrem mudanças nas configurações eletrônicas dos mesmos que por sua vez originam a libertação de energia (radiação). A quantidade máxima de radiação que poderia ser libertada por um corpo a uma dada temperatura é designada por poder emissivo. Este pode ser calculado pela lei de Stefan-Boltzmann dada por [13]:

$$\dot{E} = A\sigma T_s^4, \quad (3.8)$$

onde T_s é a temperatura absoluta da superfície e σ é a constante de Stefan-Boltzmann ($\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \left(\frac{W}{m^2 K^4} \right)$). Tal superfície é designada como radiador ideal. Apesar de este mecanismo ter sido tratado anteriormente como superficial, este fenómeno é volumétrico, ou seja, toda partícula constituinte do corpo emite radiação. Contudo, a radiação emitida pelas camadas inferiores de material é absorvida pelas camadas seguintes. Por isso, este fenómeno é comumente analisado como superficial.

Na realidade, o fluxo de calor emitido por um corpo não é igual ao poder emissivo. Consequentemente, encontrou-se uma forma de quantificar qual o poder emissivo real da superfície, através duma propriedade chamada de emissividade (ϵ). Esta é a fração entre o calor que o corpo emite e poder emissivo, ou seja,

$$\epsilon = \frac{E_{\text{real}}}{E_{\text{radiador ideal}}}. \quad (3.9)$$

Assim o fluxo de calor emitido por uma superfície é o produto da sua emissividade (encontra-se catalogado para os diversos materiais) pelo seu poder emissivo e pode ser estimado pela seguinte equação:

$$\dot{Q} = \epsilon A \sigma T_s^4. \quad (3.10)$$

De modo muito análogo à emissividade define-se a absortividade de uma superfície como sendo a razão entre a irradiação que a superfície absorve ($G_{\text{absorbido}}$) e a irradiação

total que chega à superfície (G_{total}):

$$\alpha = \frac{G_{absorvido}}{G_{total}} \quad (3.11)$$

A restante irradiação é refletida ou transmitida caso o material não seja opaco. Assim o fluxo de calor absorvido por uma superfície é produto da sua absortividade pela irradiação que chega à superfície.

A avaliação das trocas radiativas entre um corpo inserido numa cavidade fechada e a cavidade que contém o corpo, calculam-se através da equação:

$$\dot{Q} = \epsilon A \sigma (T_s^4 - T_{viz}^4) \quad (3.12)$$

ou

$$\dot{Q} = A h_r (T_s - T_{viz}), \quad (3.13)$$

onde h_r é dado por:

$$h_r = \epsilon \sigma (T_s^2 + T_{viz}^2)(T_s + T_{viz}). \quad (3.14)$$

Todavia trata-se de um cálculo simplificado e válido em condições especiais. A validade da equação 3.12 ou 3.13 resume-se à validade da lei de Kirchhoff, ou seja, a emissividade ser igual à absortividade da superfície. Para que esta condição seja válida é necessário que os seguintes pontos possam ser considerados válidos:

- A irradiação recebida pelo corpo tem de ter um carácter difuso, ou seja, a irradiação não deve possuir uma direção preferencial, sendo aproximadamente igual em todas as direções.
- A superfície do sólido não deve ter uma direção preferencial de emissão de radiação, ou seja, a superfície deve ser difusa.
- A cavidade deve absorver toda a radiação proveniente do sólido, hipótese válida caso a cavidade seja substancialmente maior que o sólido, para que a radiação proveniente do sólido ao sofrer as inúmeras reflexões na cavidade seja absorvida.

Trocas de calor: efeito combinado

Os mecanismos de transferência de calor por convecção e radiação ocorrem sempre em conjunto. Contudo, um pode assumir maior relevância que o outro dependendo da natureza do problema em análise.

Relativamente aos tratamentos térmicos, um dos objetos de análise foi o arrefecimento de um sólido. O processo de arrefecimento de um sólido a alta temperatura pode ser efetuado de diferentes formas, no qual se encontra bem evidenciado os três mecanismos de transferência de calor (condução, convecção e radiação). Quando um sólido é colocado no interior de um fluido a menor temperatura, a temperatura da periferia do sólido vai aproximar-se da temperatura do fluido através de fenómenos de convecção e radiação. Por sua vez, o calor do interior do sólido tende a fluir para as periferias por condução, numa tentativa de homogeneização da sua temperatura. Este processo de transferência de calor ocorre simultaneamente e continuamente até que seja atingido um estado de equilíbrio.

Dos vários meios de arrefecimento mencionados, o mais complexo é o arrefecimento em água, visto que envolve uma mudança de fase. Num processo de arrefecimento de uma têmpera ou um revenido, as temperaturas de trabalho são elevadas e, consequentemente, superiores à temperatura de ebulição da água de 100°C à pressão atmosférica. Portanto, a água junto à peça muda de fase, isto é, entra num processo evaporativo. No processo em análise, Nukiyma foi o primeiro a identificar os diferentes regimes de ebulição em água estacionária. Na figura 3.1 está patente os diferentes regimes de ebulição, bem como as taxas de remoção de calor. Num processo de arrefecimento, o excesso de temperatura diminui ao longo do tempo, ou seja, desenvolve-se no sentido contrário ao eixo das temperaturas presente na figura 3.1. No entanto por uma questão de simplicidade da apresentação dos vários regimes de ebulição da água apresenta-se os regimes de ebulição por ordem crescente de excesso de temperatura, ou seja, na ordem inversa ao que acontece num processo de arrefecimento.

Os diferentes regimes que ocorrem durante a ebulição da água são:

1. Convecção natural caracteriza-se por baixas taxas de remoção de calor, visto que o processo de formação e ascensão de bolhas de vapor de água é praticamente nulo. Ocorre para excessos de temperatura muito reduzidos. Na figura 3.1, este regime está presente até ao ponto A.
2. Ebulição nucleada com bolhas isoladas caracteriza-se por um forte crescimento da taxa de remoção de calor, devido à formação e respetiva ascensão das bolhas. Na figura 3.1 este regime está presente desde do ponto A ao ponto B.
3. Ebulição nucleada com formação de jatos de vapor de água caracteriza-se pelo abrandamento da taxa de crescimento do fluxo de calor removido. Este abrandamento deve-se ao facto de parte do sólido já não se encontrar em contacto com a água, mas sim como seu vapor. O vapor de água tem uma capacidade de remoção de calor mais reduzida, problema que se agrava à medida que o excesso de temperatura aumenta. Este regime pode ser encontrado na figura 3.1 desde da letra B até à C. No ponto C encontra-se a taxa máxima de remoção de calor muito atrativa para alguns problemas engenharia.
4. Ebulição em regime transitório caracteriza-se pelo decréscimo da taxa de remoção de calor do sólido, devido à manta de vapor de água que se forma em volta do sólido. Este modo de ebulição está presente na figura 3.1 desde do ponto C ao D. O ponto D corresponde à situação de menor taxa de remoção de calor, conhecido como ponto de Leidenfrost.
5. Ebulição em filme caracteriza-se pelo aumento da taxa de remoção de calor, contudo, a manta de vapor continua a envolver o sólido e a diminuir as trocas de calor por convecção. Todavia, o poder emissivo de um sólido varia com a quarta potência da sua temperatura e, consequentemente, à medida que a temperatura aumenta, este fenómeno de transferência de calor torna-se dominante. O regime de ebulição em análise está presente na figura 3.1 a partir do ponto D.

Excetuando o quarto modo de ebulição, todos os outros contêm equações que permitem estimar as taxas de remoção de calor, essas correlações encontram-se documentadas em [12] e [13].

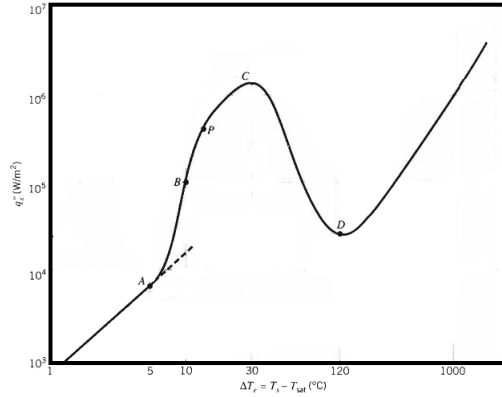


Figura 3.1: Taxas de remoção de calor em função do excesso de temperatura da peça [13].

No interior de um sólido o calor tende a fluir das regiões a altas temperaturas para as regiões a baixas temperaturas, mas alguns materiais oferecem grande resistência à ocorrência deste processo e, conseqüentemente, há a formação de gradientes térmicos. Estes gradientes térmicos são um dos problemas que afetam, por exemplo, a penetração de têmpera. O número de Biot (Bi) permite efetuar uma estimativa qualitativa da severidade dos gradientes térmicos desenvolvidos no interior de um sólido. Este número pode ser calculado por:

$$Bi = \frac{hL_c}{K}, \quad (3.15)$$

onde h é o coeficiente de transferência de calor por convecção, ao qual pode ser adicionado o termo da equação 3.14, a fim de contemplar a radiação. O L_c é o comprimento característico do sólido em análise e pode ser estimado através do rácio do volume pela área superficial. O efeito prático do número de Biot encontra-se representado na figura 3.2, ou seja, quanto menor for o seu valor, menor são os gradientes térmicos desenvolvidos no seu interior. Numa têmpera submete-se o sólido a taxas de arrefecimentos elevadas e caso a espessura não seja reduzida (L_c) ou o material não possua uma condutividade térmica elevada (K), ocorre o desenvolvimento de gradientes térmicos [13].

3.1.5 Distribuição de Temperaturas

Todos os materiais possuem a capacidade de transferir calor das regiões a alta temperatura para as regiões a menor temperatura. Durante a transferência de calor existe a formação de gradientes térmicos e, conseqüentemente, a necessidade de quantificá-los no espaço e tempo. Numa análise de condução de calor é importante conseguir determinar o campo de temperaturas num objeto consoante o meio envolvente. Então considera-se um elemento de volume diferencial (infinitesimal) e aplica-se um balanço térmico a esse mesmo elemento, resultando a equação seguinte:

$$\dot{E}_{\text{Armazenada}} = \dot{E}_{\text{Entra}} - \dot{E}_{\text{Sai}} + \dot{E}_{\text{Gerada}}. \quad (3.16)$$

Considerando a lei de Fourier e a inexistência de mudança de fase estabelece-se uma equação diferencial que permite o cálculo da distribuição de temperaturas em função do

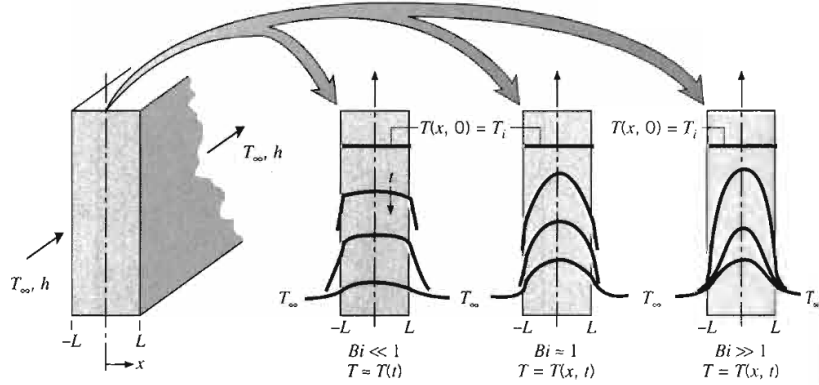


Figura 3.2: Efeito do número de Biot na distribuição de temperaturas ao longo da espessura de uma parede [13].

espaço e tempo ($T(x, y, z, t)$). Esta é normalmente conhecida por equação da difusão de calor que apesar da sua complexidade é muito importante na análise transiente de condução de calor. Matematicamente, esta equação diferencial é traduzida por

$$\rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial T}{\partial z} \right), \quad (3.17)$$

onde ρ é a densidade, C_P é capacidade calorífica e K é condutividade térmica. A análise desta equação será retomada mais adiante neste trabalho devido à sua extrema importância.

3.2 Comportamento Termomecânico

Quando um material é sujeito a um tratamento térmico, este fica sujeito a um campo de tensões residuais de origem térmica. Então, torna-se relevante perceber e analisar o comportamento reológico do material, isto é, a maneira como o material se deforma quando sujeito a esforços [16].

Um material metálico é constituído por grãos e estes por vezes podem apresentar descontinuidades no contacto intergranular. Contudo, macroscopicamente estas descontinuidades não são observadas. Deste modo, é possível usar modelos simplificados e homogêneos admitindo que os materiais em análise são contínuos e que as rotações ou movimento de corpo rígido podem ser desprezadas [17].

Diferentes materiais podem apresentar diferentes comportamentos mecânicos, classificando-se conforme o seu comportamento. As várias designações atribuídas aos materiais são: isotrópico, monotrópico, ortotrópico, e anisotrópico [16].

O material isotrópico tem características uniformes em todas as direções, ou seja, apresenta propriedades simétricas relativamente a um plano com direção arbitrária. Os aços de construção, por exemplo, podem ser aproximados a este modelo de material.

O material monotrópico apresenta características simétricas num plano paralelo ou perpendicular a um eixo que patenteia a direção monotrópica do material.

O material ortotrópico apresenta características simétricas relativamente a três planos ortogonais.

O material anisotrópico não apresenta simetrias nas suas propriedades, ou seja, qualquer esforço aplicado ao material pode originar todas as deformações possíveis.

No âmbito deste trabalho iremos considerar os materiais como isotrópicos, visto que os materiais considerados neste trabalho podem aproximar-se a isotrópicos sem introduzir incertezas de grande gravidade.

Relativamente ao comportamento reológico do material estabelece-se uma relação entre os esforços internos do material com as suas deformações. No caso particular dos tratamentos térmicos, o material fica sujeito a inúmeros esforços internos, devido à não uniformidade do arrefecimento nos tratamentos em análise, como por exemplo na têmpera. Todavia, caso a mudança de temperatura no material fosse perfeitamente uniforme, não haveria o desenvolvimento de esforços internos.

3.2.1 Decomposição da deformação

Os esforços internos originam deformações no material que podem ter diferentes origens e causas. Por consequente, as velocidades ou taxas de deformação podem ser subdivididas em diferentes componentes: elástica ($\dot{\epsilon}^E$), plástica ($\dot{\epsilon}^P$), viscosa ($\dot{\epsilon}^V$) e térmica ($\dot{\epsilon}^T$). As taxas de deformação têm propriedades aditivas resultando na equação seguinte:

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^E + \dot{\epsilon}^P + \dot{\epsilon}^V + \dot{\epsilon}^T. \quad (3.18)$$

Num tratamento térmico poderá existir o desenvolvimento de todas as deformações anteriormente descritas que serão devidamente analisadas ao longo deste trabalho [18].

3.2.2 Regime elástico

As ligações atómicas do material possibilitam alguma expansão e contração da estrutura cristalina sem que haja quebra das ligações atómicas. Neste regime ocorrem as deformações elásticas que correspondem à ocorrência simultânea da carga e da respetiva deformação, considerando assim o fenómeno independente do tempo. Se a relação entre a carga e o deslocamento for linear, o comportamento do material é linear elástico.

O comportamento elástico de um material pode ser entendido através de uma analogia com uma mola. Quando se aplica uma carga a uma mola, esta deforma-se. Porém a carga necessária para aumentar a deformação também aumenta. No final, quando se retira a carga, a mola volta ao seu estado inicial naturalmente. Este tipo de comportamento pode ser definido pela lei de Hooke. Esta indica que a tensão é produto do módulo de elasticidade pela respetiva deformação como se encontra descrito na equação em:

$$\sigma^E = E\epsilon^E. \quad (3.19)$$

Todavia esta lei pode ser generalizada para o estado bidimensional e tridimensional, analisado mais adiante neste trabalho [16].

3.2.3 Regime plástico

No regime plástico as tensões envolvidas originam quebras nas ligações atómicas e consequentemente o processo não é reversível. Qualquer deformação plástica é permanente e a deformação permanece no corpo após retirar a carga. As metodologias de cálculo como a lei de Hooke perdem a sua validade. Neste caso o processo é independente do tempo e

altera o comportamento dos materiais, de tal modo que as suas características mecânicas passam a depender do histórico de carregamentos do material. Neste regime existem fenómenos que determinam o comportamento do material designadamente o encruamento, anisotropia plástica, a histerese elástica, o efeito de Bauschinger, entre muitos outros. Estes fenómenos, se considerados na formulação, levam a metodologias de cálculo complexas [19]. Por isso é imperativo perceber a importância relativa de cada fenómeno em cada problema em concreto.

3.2.4 Condição de não compressibilidade

A deformação plástica satisfaz a condição de incompressibilidade, visto que a deformação ocorre sem alteração de volume do material. Consequentemente, a soma das taxas de deformação segundo os vários eixos é nula [17], como é indicado na equação seguinte:

$$\dot{\epsilon}_X^P + \dot{\epsilon}_Y^P + \dot{\epsilon}_Z^P = 0. \quad (3.20)$$

Cada uma das taxas de deformação calculam-se de modo análogo. Veja-se, como exemplo, a direção em y :

$$\dot{\epsilon}_Y^P = \frac{1}{y} \dot{y}, \quad (3.21)$$

em que y é dimensão do elemento na direção em análise.

3.2.5 Mecanismos de deformação plástica

À escala microscópica, a deformação plástica corresponde ao movimento de grande número de átomos em resposta a uma carga aplicada. Durante este processo há quebra de ligações atômicas e eventualmente formação de novas ligações. Além disso, a deformação plástica envolve geralmente movimentação de defeitos [20]. Os defeitos, ou seja, imperfeições na rede cristalina, podem ser classificados como: defeitos adimensionais, defeitos lineares (deslocações) e defeitos macroscópicos. Os defeitos adimensionais correspondem a uma posição atômica na qual falta um átomo. Os defeitos macroscópicos são eventuais fendas, poros, ou incrustações no material. Os defeitos lineares, isto é, as deslocações são defeitos que originam uma distorção da estrutura cristalina e que assumem principal importância no processo de deformação plástica através de defeitos.

Por outro lado, os planos de escorregamento são as regiões por onde preferencialmente à escorregamento dos átomos e, conseqüente, quebra das ligações. Estes são geralmente os mais compactos, visto que é necessário uma tensão de corte menor para provocar o escorregamento dos átomos. A estrutura cristalina CFC é uma estrutura compacta que apresenta 12 planos de escorregamento com baixas tensões de corte para a sua ativação (deformação plástica). Não obstante, a estrutura cristalina CCC, apesar de também possuir 12 planos de escorregamento, necessita de tensões de corte mais elevadas para ativação dos planos de escorregamento, visto que não se trata de estrutura compacta.

Além do mecanismo de deformação plástica por escorregamento, também pode ocorrer um segundo mecanismo de deformação plástica, a maclagem [3]. Neste processo, uma parte da estrutura cristalina deforma-se, a outra parte mantém-se inalterada. O plano que separa as duas partes denomina-se por direção de maclagem. Os diferentes mecanismos de deformação plástica podem ser melhor compreendidos através da análise da figura 3.3.

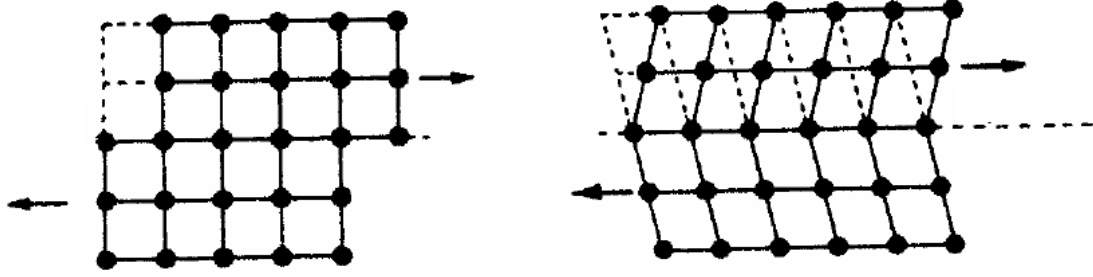


Figura 3.3: Esquemática do processo de deformação plástica através dos planos de escorregamento (esquerda) e de maclagem (direita) [21].

3.2.6 Critérios de cedência

De acordo com teoria de plasticidade clássica admite-se que o material só entra em cedência, quando uma certa condição é satisfeita. Por isso, apresentam-se algumas teorias que estabelecem diferentes condições de cedência do material, visto que cada uma delas é baseada em pressupostos distintos. Na descrição técnica de um material é indicado um valor de tensão de cedência que corresponde ao limiar de transição entre o regime elástico e plástico de um material em problemas unidimensionais. Em problemas bidimensionais ou tridimensionais é imperativo o uso de um critério de cedência a fim de identificar o regime em que o material se encontra [22].

Teoria da tensão normal máxima

Rankine foi o primeiro a tentar estabelecer um critério de distinção entre o regime elástico e o plástico em estados de tensão tridimensionais. Esta teoria defende que ocorre cedência quando a maior das tensões principais ou o módulo da menor tensão principal ultrapassa a tensão de cedência ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$):

$$\sigma_1 < \sigma_y \quad (3.22)$$

e

$$\sigma_3 > -\sigma_y. \quad (3.23)$$

Contudo esta teoria para estados de tensão de corte puro ou compressão hidrostática apresenta resultados que não se verificam na realidade [16].

Teoria da deformação máxima

Numa tentativa de resolver problemas lacunas evidentes da teoria anterior, Saint-Venant postulou que quando o módulo da menor deformação principal ou a maior da deformação principal ultrapassa a deformação crítica ocorre a cedência ($\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3$), ou seja,

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_y}{E} \quad (3.24)$$

e

$$\varepsilon_3 = -\frac{\sigma_y}{E}. \quad (3.25)$$

Apesar desta teoria apresentar resultados mais realistas que a anterior, continua a apresentar lacunas graves [16].

Teoria da energia da deformação máxima

Na continuação da procura de uma técnica fiável para distinção entre regime elástico e plástico, Beltrami propôs que a cedência só ocorre quando a energia de deformação por unidade de volume ultrapassa a crítica, resultando a expressão:

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3} > \sigma_y. \quad (3.26)$$

Esta teoria apresenta resultados incoerentes com a análise experimental, nomeadamente em compressão isotrópica [16].

Teoria da tensão tangencial máxima

Com base em resultados experimentais que mostram que o tensor hidrostático é pouco relevante para cedência, levaram Tresca a postular que a cedência ocorre quando a tensão tangencial máxima é ultrapassada. Matematicamente, esta teoria pode ser escrita como:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_y. \quad (3.27)$$

Este resultado fornece resultados de qualidade, que possibilitam que esta teoria seja frequentemente usada [16].

Teoria da energia de distorção máxima

O cientista alemão Von Mises postulou que a cedência do material deve ser calculada através do segundo invariante da componente tangencial pura do tensor das tensões. Analogamente, pode-se pensar que a transição de regimes ocorre quando é ultrapassada a energia máxima associada à componente distorcional pura de deformação. O critério de Von Mises pode ser escrito como:

$$\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2} = \sqrt{2}\sigma_y. \quad (3.28)$$

Esta teoria apesar de ter uma metodologia de cálculo um pouco mais complexa, é a que se aproxima mais dos resultados experimentais, sendo por isso a mais amplamente utilizada em materiais isotrópicos [16].

As teorias anteriormente mencionadas são válidas para materiais isotrópicos. Quanto aos materiais ortotrópicos e anisotrópicos, estes têm os seus próprios critérios de cedência, visto que estes materiais comportam-se de forma distinta nas várias direções. O critério de Logan ou Gotoh são exemplos de critérios de cedência para materiais ortotrópicos, enquanto que o critério de Barlat é aplicado a materiais com anisotropia ortotrópica. Para uma análise mais extensiva consultar [22] [23].

3.2.7 Encruamento

Um material entra em plasticidade quando o tensor das tensões ultrapassa o regime elástico do material. Porém, a continuação da deformação plástica, na maioria dos casos, exige um nível de tensões diferentes do inicial, dependendo do grau de plastificação já

sofrido pelo material. A este fenómeno designa-se por encruamento. Os modelos habitualmente usados para descrever o comportamento dos materiais em deformação plástica resumem-se ao modelo perfeitamente plástico, encruamento isotrópico e o encruamento cinemático.

O modelo perfeitamente plástico (sem encruamento) postula que a superfície limite de elasticidade do material se mantém fixa no espaço das tensões principais ao longo da deformação. Consequentemente, o material não suporta qualquer esforço superior à tensão de cedência (ver figura 3.4) [17].

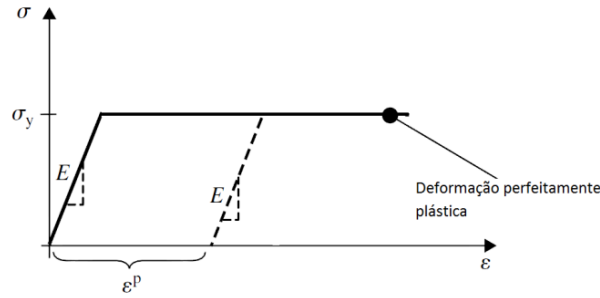


Figura 3.4: Curva tensão deformação perfeitamente plástica [17].

O modelo com encruamento isotrópico refere-se à expansão da curva limite de elasticidade, visto que esta expande de forma uniforme sem alterar a sua forma. Para que este modelo de comportamento tenha validade é necessário que eventuais efeitos de anisotropia ou o efeito de Bauschinger sejam desprezáveis. As limitações desta modelação surgem quando no processo existe reversão do sentido da carga ou grandes deformações.

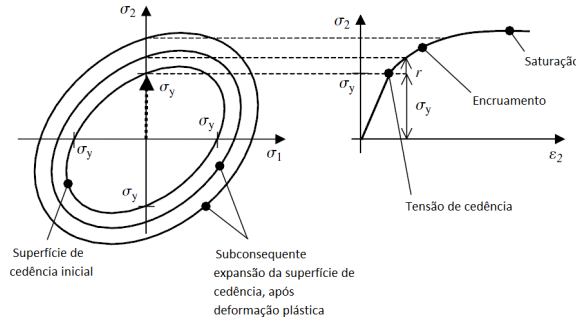


Figura 3.5: Expansão isotrópica da superfície de cedência [17].

O modelo cinemático não admite a alteração da forma da curva limite de elasticidade, contudo, translaciona a superfície de cedência conforme indicado na figura 3.6. Este modelo é particularmente interessante quando existe inversões do sentido da carga e grandes deformações. Para este último caso, o encruamento isotrópico levaria a superfícies de cedência demasiado grandes e na realidade verifica-se que a superfícies de cedência são menores. Todavia, também existem modelos que combinam ambos os encruamentos, contabilizando ao mesmo tempo quer efeitos isotrópicos quer os cinemáticos. Estes modelos mostram-se mais precisos na reprodução do comportamento dos materiais metálicos.

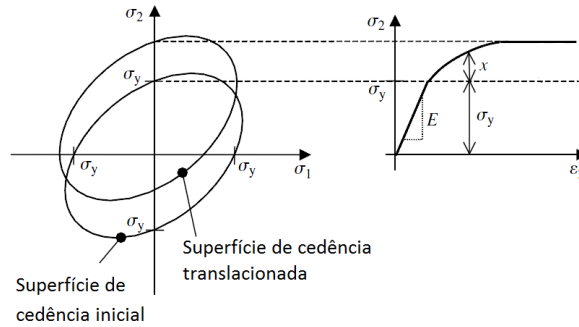


Figura 3.6: Expansão cinemática da superfície de cedência [17].

3.2.8 Viscoplasticidade

O modelo viscoplástico postula que as deformações plásticas necessitam de tempo para se desenvolverem, porque se as taxas de deformação forem extremamente altas (ocorrem num período de tempo reduzido), as variáveis internas do sistema não têm tempo suficiente para se modificarem e, conseqüentemente, o material é forçado a deformar apenas elasticamente até à rutura [24]. Em materiais metálicos, o fenómeno em análise assume particular relevância a altas temperaturas, sendo menos relevante a baixas temperaturas e podendo ser desprezável [25]. A alta temperatura (acima da temperatura de recristalização do material), a deformação viscosa adquire grande importância, visto que a velocidade com que o material é deformado será preponderante no comportamento mecânico do mesmo. Numa têmpera, a velocidade de arrefecimento do material é preponderante para as características do material e tendo em consideração que a velocidade de arrefecimento do mesmo está diretamente ligada à velocidade de deformação, é patente a importância deste fenómeno no âmbito deste trabalho.

A teoria da Viscoplasticidade surge como uma generalização à teoria da plasticidade e a sua curva de tensão poderá depender de variáveis como: a temperatura do material, a deformação, a velocidade de deformação e eventualmente da composição química do material.

3.2.9 Efeito da Temperatura sobre o Comportamento Termomecânico

O efeito da temperatura sobre o comportamento mecânico pode ser subdividido no efeito mecânico da variação de temperatura e na dependência térmica das propriedades dos materiais.

O efeito mecânico da variação de temperatura caracteriza as deformações térmicas provenientes da dilatação térmica não homogênea, devido aos gradientes térmicos, isto é, as deformações térmicas anteriormente discutidas.

Na análise do comportamento termomecânico a correta modelação das propriedades é importante para a assertividade da modelação, visto que para certos materiais a suas propriedades podem variar muito acentuadamente com a temperatura. A título exemplar apresento algumas figuras que ilustram a variação de uma determinada propriedade à medida que a temperatura se eleva, cujo material é um aço austenítico inoxidável.

O módulo de elasticidade (Módulo de Young-E) à medida que a temperatura aumenta

sofre pequenas oscilações, contudo existe uma temperatura crítica, para qual o módulo elástico do material diminui acentuadamente. Ou seja, forças de coesão de material diminuem e o material deforma-se cada vez menos elasticamente e por sua vez cada vez mais plasticamente. Em suma, o comportamento descrito pode ser visualizado na figura 3.7.

O coeficiente de Poisson (ν) comporta-se de forma mais suave, visto que não existe variações tão abruptas no seu comportamento em função da temperatura (ver figura 3.7). Contudo, este aumenta com a temperatura e consequentemente baixa o módulo de corte do material, diminuindo assim a resistência do material.

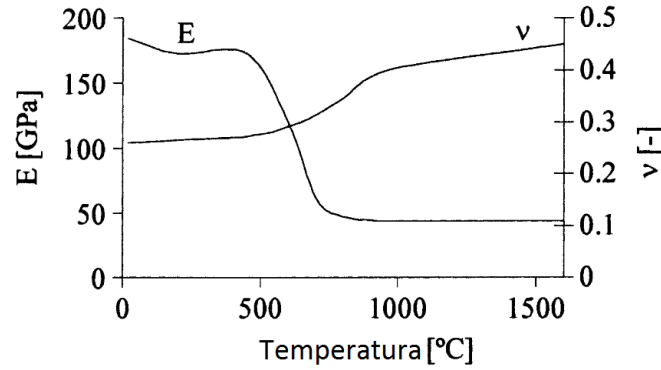


Figura 3.7: Efeito da temperatura no módulo de Young e no coeficiente de Poisson [26].

O poder calorífico do material varia de forma acentuada até saturar e manter-se constante (ver figura 3.8). A emissividade do material varia de forma menos acentuada, e também estabiliza. Todavia este valor é meramente ilustrativo, visto que a emissividade de uma superfície pode variar de forma muito acentuada com o polimento da superfície, a cor da superfície, com a oxidação da superfície, entre outros.

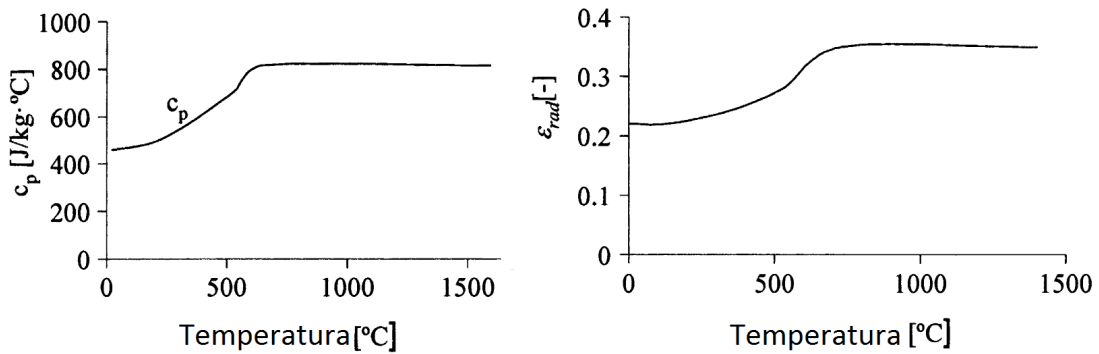


Figura 3.8: Efeito da temperatura na capacidade calorífica (C_p) e na emissividade (ϵ) respetivamente [26].

Parte II

Métodos e Modelos

Capítulo 4

Métodos Numéricos

4.1 Introdução

A crescente competitividade da economia mundial requer cada vez mais que a engenharia seja capaz de responder aos novos problemas que surgem constantemente. Quando a sua complexidade é elevada, surge a necessidade de métodos numéricos capazes de fornecer resultados. Um dos métodos comumente utilizados é o Método dos Elementos Finitos que ao longo dos últimos anos tem demonstrado grande capacidade de resposta face aos problemas de engenharia.

No âmbito deste trabalho, a análise dos elementos finitos será focada no comportamento termomecânico que se estabelece na interdependência do comportamento térmico e do mecânico. No entanto, em alguns problemas tecnológicos pode ser razoável desprezar eventuais efeitos térmicos, nomeadamente quando a magnitude, a velocidade de deformação plástica e a temperatura de trabalho são baixas. Quando este tipo de análise é válida, trata-se de uma modelação isotérmica.

No âmbito dos tratamentos térmicos, um metal sujeito a um arrefecimento acentuado desenvolve gradientes térmicos no seu interior que originam um campo de tensão-deformação. Assim, o modelo de comportamento termomecânico dos metais durante um tratamento térmico é complexo e limitado a geometrias simples, visto que a resposta mecânica depende do comportamento térmico do material e vice-versa. Esta interdependência deve-se ao facto dos gradientes térmicos gerarem deformações que originam tensões. Todavia, a interdependência também pode ser estabelecida no sentido inverso, visto que as deformações plásticas geram calor que por sua vez afetam o comportamento térmico. Contudo, a complexidade do problema continua aumentar, visto que as propriedades que regem o comportamento termomecânico variam como a temperatura do material em cada instante, ou seja, varia com o comportamento térmico.

Uma análise de comportamento termomecânico só tem validade quando as condições de fronteira são representativas da realidade do problema. No âmbito dos tratamentos térmicos as condições de fronteira mais relevantes estabelecem-se ao nível dos processos de transferência de calor (convecção).

No entanto, é importante relembrar que os tratamentos térmicos são realizados em peças que na maioria das vezes apresentam geometrias complexas para as quais não é praticável tentar estabelecer modelos analíticos. Então surge a necessidade de ferramentas universais capazes de se adaptarem aos diferentes problemas. Para tal, a solução passa pela discretização das superfícies complexas em elementos simples.

A ferramenta universal em problemas desta natureza necessita de ser capaz de realizar processos iterativos, devido à grande complexidade do problema e à interdependência de inúmeros fatores. Portanto, a obtenção de soluções aproximadas a fim de auxiliar nas tomadas de decisão de um determinado problema é de extrema relevância. Todavia, no âmbito deste trabalho, será considerado que a geração de calor proveniente da deformação plástica é irrelevante, visto que em tratamentos térmicos há grandes fluxos de calor provenientes do aquecimento e arrefecimento do material e o calor gerado pela deformação plástica é irrelevante quando comparada com os outros fluxos envolvidos.

4.2 Método dos Elementos Finitos (MEF)

O método dos elementos finitos é um poderoso método numérico de análise e resolução de problemas de diversas áreas de estudo, normalmente de forma aproximada. Consequentemente, a utilização deste método deve ser evitada sempre existam abordagens analíticas à resolução do problema. Adicionalmente, quando se recorre à utilização deste método, deve-se ter a capacidade de avaliar e majorar os erros que este método origina.

O MEF consiste na subdivisão de meios contínuos em elementos discretos para os quais é possível estabelecer leis constitutivas. A este processo de subdivisão dá-se o nome de discretização e a cada elemento da discretização dá-se o nome de elemento finito. Os vários elementos que constituem o sólido encontram-se ligados pelos nós. No processo de cálculo existe a necessidade de passar do modelo individual para o modelo global, processo denominado por assemblagem. No método dos elementos finitos podem ser utilizados inúmeros tipos de elementos dependendo da dimensão a que se trabalhe. No caso de problemas bidimensionais, os elementos mais frequentes são quadriláteros e triângulos. Em análises tridimensionais são geralmente hexaedros, tetraedros ou pentaedros.

Analisando o método sob o ponto de vista do utilizador é possível definir três etapas distintas. Estas são vulgarmente designadas como: Pré-processamento, Análise e Pós-processamento.

A fase de pré-processamento está associada à construção do modelo geométrico do sistema a estudar e a definição das condições a que está submetido. Os softwares comerciais contêm pré-processadores que incluem inúmeras ferramentas gráficas que facilitam a tarefa de construção do modelo. A qualidade global de uma análise de elementos finitos está fortemente dependente da capacidade do utilizador de transpor o problema para realidade computacional, visto que é necessário efetuar simplificações e definir estratégias de modelação. Quando as geometrias que se pretendem modelar são de extrema complexidade é comum a utilização de um software especializado na construção de modelos. Estes são denominados por programas CAD (Computer Aided Design). Então surge a necessidade dos pré-processadores serem capazes de interpretar e traduzir modelos já previamente modelados.

A fase da análise corresponde à tarefa mais importante, visto que é quando se efetua todo o cálculo numérico. Contudo, sob o ponto de vista do utilizador, esta tarefa corresponde normalmente a uma "caixa negra". Durante esta fase são criados ficheiros com todos os resultados relativos à informação pretendida pelo utilizador.

A última fase encarrega-se de interpretar os ficheiros anteriores e apresentá-los de forma inteligível e amigável. Tipicamente, os resultados são apresentados sob a forma de mapa de cores, visto que possibilita ao utilizador uma fácil interpretação dos resultados

do problema.

Nos tratamentos térmicos existem fenómenos tais como visco-plasticidade e condução de calor transiente que leva a grandes não-linearidades. Estas não-linearidades levam a que deixe de existir uma relação direta entre o campo de esforços e o campo de deslocamentos, consequentemente, o cálculo é resolvido de forma incremental-iterativa. O método iterativo comumente utilizado é o método de Newton-Raphson, visto que garante uma convergência quadrática. As não linearidades anteriormente referidas são dependentes do tempo e por isso existe a necessidade de efetuar integrações temporais que podem ser efetuadas de forma explícita ou de forma implícita. Nos algoritmos explícitos as variáveis a serem determinadas num dado intervalo de tempo apenas dependem das variáveis obtidas no intervalo de tempo anterior. Pelo contrário, nos algoritmos implícitos as variáveis determinadas num dado intervalo de tempo não só dependem das variáveis obtidas no incremento anterior bem como delas próprias. Como consequência temos que os algoritmos explícitos requerem menos recursos computacionais, mas são condicionalmente estáveis e em alguns problemas podem fornecer erros inaceitáveis. Estes erros devem-se à sua acumulação e ao facto da solução obtida poder divergir da real. Então usar-se-á neste trabalho algoritmos implícitos que, apesar de necessitarem de maior recursos computacionais e de critérios de paragem associado aos processos iterativos, fornecem resultados de maior precisão.

4.3 Abaqus

O código de elementos finitos adotado neste trabalho é o Abaqus [27], visto que possui uma grande versatilidade e poder de cálculo nomeadamente em ensaios termomecânicos. As diferentes fases do método dos elementos finitos encontram-se divididas neste software. O Abaqus/CAE é uma interface gráfica que realiza o pré-processamento e que permite definir toda a estratégia da simulação desde a geometria à integração temporal, bem como a discretização do problema. Nesta etapa, este código permite definir os vários aspetos necessários e no final gerar um ficheiro de texto ASCII de extensão INP que o motor de cálculo processa.

A fase da análise é realizada pelo Abaqus/Standard ou pelo Abaqus/Explicit dependendo da integração temporal que se tenha escolhido na fase do pré-processamento. No entanto, no âmbito deste trabalho, será usado o Abaqus/Standard, visto que se trata de integração implícita que confere maior estabilidade ao processo de cálculo. Independentemente da integração temporal escolhida, o motor de cálculo cria vários ficheiros de *Output* no decorrer da simulação, entre os quais o ficheiro dos resultados, das mensagens de erro ou avisos e da descrição dos vários incrementos temporais considerados pelo motor de cálculo.

Por fim, o pós-processamento é realizado através do Abaqus/Viewer que opera sobre o ficheiro de resultados e permite ao utilizador visualizar os resultados obtidos [27].

4.4 Condução transiente de calor

Anteriormente foi discutido os aspectos gerais e mais comuns dos elementos finitos, sem existir uma análise focada nos aspectos de cálculo. Um primeiro aspecto que é necessário abordar é o fenómeno da condução transiente de calor, visto que o cálculo da transferência

de calor é de extrema importância neste trabalho. Este processo de cálculo é relevante para determinar o campo de temperaturas do sólido ao longo do tempo e pode ser obtido através da equação 3.17 anteriormente apresentada. No entanto, a equação 3.17 é uma equação diferencial de segunda ordem que não é passível de ser aplicada diretamente no MEF. Por isso, neste método numérico é crucial a transformação da formulação forte do problema na sua formulação fraca equivalente. Em termos práticos a obtenção da formulação fraca passa por reduzir a ordem das derivadas da equação em análise. No processo de obtenção da formulação fraca é necessário estabelecer condições de fronteira e condição inicial. As condições de fronteira consistem em admitir que as trocas de calor com o meio exterior ocorrem por convecção. A condição inicial é a temperatura inicial do material. Uma vez obtida a formulação fraca é possível estabelecer funções de aproximação denominadas por funções de forma, que permitem a interpolação dos valores calculados. No final do processo obtêm-se a equação semidiscretizada na forma matricial, indicada na equação seguinte [28] [29]:

$$\mathbf{K}'\mathbf{T} + C\frac{\partial\mathbf{T}}{\partial t} = \mathbf{Q}, \quad (4.1)$$

onde a matriz \mathbf{K}' é função da condutividade térmica do material e a matriz \mathbf{Q} são os fluxos de calor prescritos na fronteira, bem como os termos de convecção associados às temperaturas exteriores do meio envolvente.

Após a determinação do campo de temperaturas ao longo do tempo, torna-se possível estimar as deformações térmicas de cada elemento ao longo do tempo através da equação seguinte na sua forma incremental:

$$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^T = \beta_L \begin{bmatrix} \Delta T_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \Delta T_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \Delta T_{zz} \end{bmatrix}, \quad (4.2)$$

onde β_L é o coeficiente de expansão térmica do material.

4.5 Modelação termomecânica

Os materiais apresentam diferentes comportamentos à medida que se deformam. Numa primeira fase estes comportam-se de forma elástica, todavia, à medida que o carregamento evolui, as deformações irreversíveis (plásticas) são inevitáveis. Relativamente ao regime elástico, o seu processo de cálculo é linear e é dado pela lei de Hooke :

$$\Delta\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{K}\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^E, \quad (4.3)$$

onde $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^E = \Delta\boldsymbol{\varepsilon} - \Delta\boldsymbol{\varepsilon}^{VP} - \Delta\boldsymbol{\varepsilon}^T$ e a matriz \mathbf{K} é a matriz de rigidez.

A lei de Hooke generalizada a três dimensões, na sua forma incremental, é definida como

$$\begin{bmatrix} \Delta\sigma_{xx} \\ \Delta\sigma_{yy} \\ \Delta\sigma_{zz} \\ \Delta\sigma_{xy} \\ \Delta\sigma_{xz} \\ \Delta\sigma_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + 2G & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2G & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_{xx}^E \\ \Delta\varepsilon_{yy}^E \\ \Delta\varepsilon_{zz}^E \\ \Delta\gamma_{xy}^E \\ \Delta\gamma_{xz}^E \\ \Delta\gamma_{yz}^E \end{bmatrix}, \quad (4.4)$$

onde $\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ e $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ são o coeficiente de lamé e o módulo de corte.

O regime elástico é linear e computacionalmente é fácil de implementar. Todavia, quando os carregamentos levam a plastificação do material a linearidade deixa de existir e entra-se num processo de deformação não linear. Como tal, para implementar este regime não-linear em elementos finitos é necessário um método robusto e fiável que seja capaz de lidar com as não linearidades. No MEF, para modelos elasto-plásticos, o método amplamente usado é o método do retorno radial.

4.5.1 Método do retorno radial com integração implícita

Durante uma simulação numérica são realizados incrementos temporais, que por sua vez originam incrementos de deformação. No início de cada incremento de deformação admite-se que o material se encontra em regime elástico e procede-se ao cálculo das tensões. Porém, não é possível conhecer, *à priori*, se o incremento de deformação contém alguma fração de deformação plástica. Então, a tensão determinada numa primeira instância é denominada por tensão tentativa, e numa segunda instância verifica-se com base no critério de cedência adotado (como, por exemplo, VonMises) se os níveis de tensão estão corretos, ou seja, se a tensão não ultrapassou a superfície limite de elasticidade. Pois, se ocorrer cedência do material durante o incremento de deformação a hipótese inicial de cálculo está incorreta e é necessário efetuar uma correção aos níveis de tensão e deformação. A esta forma de abordar o problema é denominado por método do retorno radial, e encontra-se ilustrado na figura 4.1.

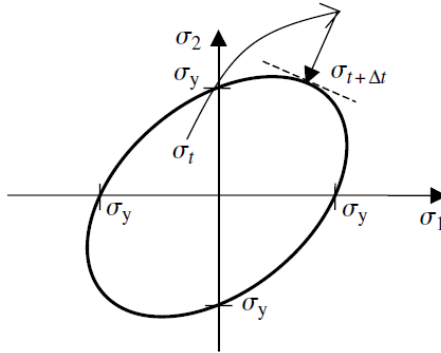


Figura 4.1: Esquema do método do retorno radial com integração implícita [17].

Na utilização deste método é necessário efetuar a correção dos níveis de tensão e a correção está dependente do tipo de modelo de encruamento adotado, ou seja, encruamento isotrópico ou cinemático.

A maioria dos problemas que o método MEF tem de dar resposta não são passíveis de serem analisados unidimensionalmente, e como tal surge a necessidade de um critério de cedência para efetuar a comparação entre o nível de tensões atuais e a tensão de cedência.

O modelo de encruamento Isotrópico é o modelo mais simples e amplamente usado e corresponde à expansão da superfície limite de elasticidade à medida que o material se deforma plasticamente. Na prática esta expansão resulta num aumento da tensão de cedência que pode ser modelado pela equação:

$$\sigma_y = \sigma_{y0} + r(p), \quad (4.5)$$

onde p é a deformação viscoplástica efetiva. A variável $r(p)$ pode ser dada por

$$r(p) = Q(1 - e^{-Bp}), \quad (4.6)$$

onde Q e B são constantes do material, sendo que Q é responsável pela tensão de ruptura e B pela taxa de encruamento.

Contudo, o encruamento isotrópico em algumas aplicações não é razoável, visto que leva a superfícies limite de elasticidade demasiado grandes como se encontra ilustrado na figura 4.2. Nesta encontra-se representado a curva de tensão de deformação correspondente ao tracionamento do material até ao ponto 1 e depois a compressão do material desde do ponto 1 até ao ponto 2. Este ensaio mostra a expansão exagerada da região elástica, visto que em ensaios experimentais verifica-se que o material plastifica antes de atingir o ponto 2.

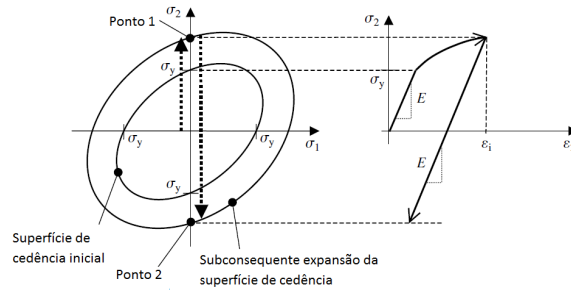


Figura 4.2: Encruamento isotrópico com a consequente expansão da superfície de cedência, bem como a representação das tensões envolvidas [17].

Antes de iniciar a descrição matemática do cálculo das tensões equivalentes é necessário introduzir o conceito de tensor desviador que corresponde ao tensor das tensões menos a pressão hidrostática que é exercida no sólido. A validade da aplicação do tensor desviador resulta do facto dos metais possuírem uma compressibilidade muito baixa e por conseguinte a pressão exercida no mesmo é pouco relevante. O tensor desviador é definido como

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})\mathbf{I}, \quad (4.7)$$

onde \mathbf{I} é a matriz identidade de terceira ordem.

Relativamente à aplicação do critério de Von Mises, este permite calcular uma tensão escalar a partir de um tensor, sendo esta tensão escalar de significado físico semelhante à tensão de num ensaio uniaxial. Esta tensão escalar é normalmente denominada por tensão de Von Mises ou tensão efetiva e pode ser calculada pela equação seguinte se for considerado encruamento Isotrópico:

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2}\boldsymbol{\sigma}' : \boldsymbol{\sigma}'}. \quad (4.8)$$

No encruamento cinemático surge a necessidade de introduzir uma nova componente de tensão denominada por tensor de encruamento cinemático¹, que corresponde à com-

¹Proveniente do inglês "Backstress".

ponente de tensão que desloca a superfície de cedência no espaço tensorial, como se pode visualizar na figura 4.3 pela letra χ . Na figura encontra-se representado um carregamento de tração seguido de compressão, não existindo expansão da superfície de cedência, mas sim a sua translação. Relativamente ao cálculo do tensor do encruamento cinemático, este pode ser estimado através da equação

$$\dot{\chi} = \frac{2}{3}c\dot{\epsilon}^{VP} - \gamma\chi\dot{\epsilon}^{VP}, \quad (4.9)$$

onde c e γ são constantes do material. O primeiro termo da equação em análise é relativo encruamento do material e o segundo termo é a recuperação térmica que se opõe ao encruamento.

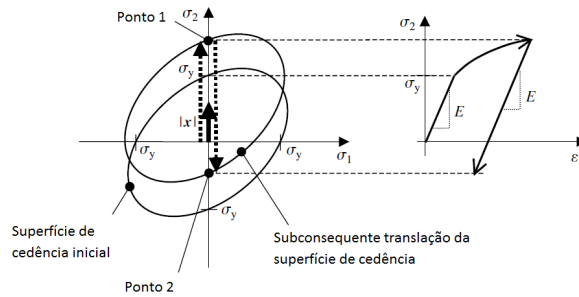


Figura 4.3: Esquema do encruamento cinemático com a conseqüente translação da superfície de cedência, bem como a representação das tensões envolvidas [17].

Relativamente ao cálculo da tensão efetiva com o modelo de encruamento cinemático, esta pode ser efetuada através da equação:

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2}(\boldsymbol{\sigma}' - \boldsymbol{\chi}) : (\boldsymbol{\sigma}' - \boldsymbol{\chi})} \quad (4.10)$$

A variável χ ou χ' têm o mesmo significado, visto que a natureza do tensor de encruamento cinemático é desviadora. Esta equação é em tudo idêntica à equação 4.8 apenas se subtrai o tensor de encruamento cinemático que corresponde à translação da superfície de cedência.

Após uma reflexão sobre as ferramentas de cálculo é necessário perceber as etapas do método de retorno radial com integração implícita. Como foi dito anteriormente, o primeiro passo passa por determinar as tensões tentativa ($\boldsymbol{\sigma}^{tr}$), admitindo que o material está em regime elástico (excepto se análise for unidimensional) e calcula-se de acordo com

$$\boldsymbol{\sigma}^{tr} = \mathbf{K}[\boldsymbol{\epsilon}^E + \Delta\boldsymbol{\epsilon}^{Inc}]. \quad (4.11)$$

O segundo passo é determinar a tensão efetiva e comparar com a tensão de cedência. Caso o material não tenha entrado em plasticidade, a tensão tentativa é admitida como correta e o incremento de deformação é somado à deformação elástica. Todavia, se o material entrar em cedência é necessário determinar a deformação viscoplástica envolvida e corrigir os níveis de tensão.

O critério de Von Mises, quando representado no espaço tensorial, dá origem a uma elipse, mas se for representado no espaço de tensão desviador dá origem a uma geometria

circular e a correção dos níveis de tensão é sempre efetuada de acordo com a direção de plasticização, ou seja, na direção normal que aponta para o centro da geometria circular. A direção de plasticização é dada pela primeira derivada da função de cedência (f), sendo $f = \sigma_e - \sigma_y^2$. Relativamente à primeira derivada da função f , ou seja, à direção de plasticização (\mathbf{n}), esta pode ser deduzida obtendo-se para o caso do encruamento isotrópico:

$$\mathbf{n} = \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{3}{2} \frac{\boldsymbol{\sigma}'}{\sigma_e}. \quad (4.12)$$

Em encruamento cinemático, o cálculo da direção de plasticização é em tudo idêntico ao anterior, é necessário subtrair a componente cinemática, resultando

$$\mathbf{n} = \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{3}{2} \frac{\boldsymbol{\sigma}' - \boldsymbol{\chi}}{\sigma_e}. \quad (4.13)$$

A determinação da deformação viscoplástica em cada incremento temporal requer um ciclo iterativo que é efetuado consoante o modelo constitutivo e o tipo de encruamento adotado. Para tal, é necessário introduzir o conceito de deformação viscoplástica efetiva (p) que pode ser estimada pela equação

$$p = \sqrt{\frac{2}{3} \boldsymbol{\epsilon}^{\text{VP}} : \boldsymbol{\epsilon}^{\text{VP}}}. \quad (4.14)$$

No método dos elementos finitos é necessário o cálculo do incremento de deformação viscoplástica efetiva (Δp) através de um ciclo iterativo, mas esta temática será abordada mais adiante neste trabalho. Todavia, após a sua determinação é necessário atualizar o tensor de deformação viscoplástica $\boldsymbol{\epsilon}^{\text{VP}}$. Para tal é necessário adicionar o novo incremento de deformação viscoplástica ao incremento anterior. O cálculo do novo tensor incremental de deformação viscoplástica é dado por:

$$\Delta \boldsymbol{\epsilon}^{\text{VP}} = \mathbf{n} \Delta p, \quad (4.15)$$

onde Δp é o incremento de deformação viscoplástica efetiva.

Relativamente ao incremento de deformação elástica, este pode ser estimado a partir da equação 4.16. Esta traduz que a deformação elástica resulta da subtração da deformação total com a deformação viscoplástica e térmica, ou seja,

$$\Delta \boldsymbol{\epsilon}^{\text{E}} = \Delta \boldsymbol{\epsilon} - \Delta \boldsymbol{\epsilon}^{\text{VP}} - \Delta \boldsymbol{\epsilon}^{\text{T}}. \quad (4.16)$$

No que diz respeito à correção dos níveis de tensão, esta pode ser efetuada através de

$$\Delta \boldsymbol{\sigma} = \Delta \boldsymbol{\sigma}^{\text{tr}} - 2G \Delta p \mathbf{n}, \quad (4.17)$$

onde está presente a correção dos níveis de tensão tentativa. Esta correção efetua-se após cada ciclo iterativo caso o material esteja em processo de plasticização.

²Convém salientar que no encruamento isotrópico a tensão de cedência aumenta à medida que o material sofre encruamento, enquanto no encruamento cinemático a tensão de cedência mantém-se constante ao longo do encruamento, mas o o tensor cinemático aumenta ao longo do processo de encruamento.

Ciclo iterativo viscoplasticidade

Anteriormente foi demonstrada a extrema importância da determinação do incremento de deformação plástica efetiva (Δp) para a aplicação do método do retorno radial. A determinação do referido incremento é realizada de forma iterativa usando o método de Newton. Este método pode ser aplicado aos diferentes modelos constitutivos já existentes. Contudo, neste trabalho são abordados dois modelos viscoplásticos, ou seja, o modelo de Norton com encruamento isotrópico e o modelo Shewmon com encruamento cinemático e Isotrópico.

Modelo de Norton O modelo de Norton é largamente utilizado em análises viscoplásticas de metais. Este género de modelos fornecem uma lei que traduz a velocidade de deformação irreversível, considerando a variável tempo. Como tal a deformação obtida é dependente do tempo denominando-se como deformação viscoplástica.

O modelo de Norton é dado por

$$\dot{\varepsilon}^{VP}(\sigma_e, r) = \left(\frac{\sigma_e - \sigma_y}{N} \right)^{n_1}, \quad (4.18)$$

onde $\dot{\varepsilon}^{VP}$ é a velocidade de deformação viscoplástica efetiva, σ_e é tensão equivalente de Von Mises, r é o modelo de encruamento e N e n_1 são constantes do modelo constitutivo que variam consoante o material.

Considerando que o incremento de deformação viscoplástica é dado pelo produto da velocidade de deformação pelo incremento de tempo resulta que $\Delta p = \dot{\varepsilon}^{VP}(\sigma_e, r)\Delta t$. Colocando a expressão numa forma mais indicada para aplicação do método de Newton, tem-se

$$\psi = \Delta p - \dot{\varepsilon}^{VP}(\sigma_e, r)\Delta t. \quad (4.19)$$

Deste modo, aplicando o método de Newton à equação anterior obtém-se a nova equação

$$\psi + \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \Delta p} d\Delta p + \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial r} dr = 0. \quad (4.20)$$

O módulo de encruamento isotrópico (h) traduz o incremento de tensão por cada incremento de deformação e pode ser calculado pela equação seguinte:

$$h = \frac{dr}{dp}. \quad (4.21)$$

Substituindo a equação 4.6 na equação anterior e efetuando a derivada total, obtém-se

$$h = QBe^{-Bp}. \quad (4.22)$$

Derivando a equação 4.19 em ordem às variáveis em análise, substituindo-as na equação 4.20 e rearranjado a expressão em ordem à variável Δp tendo em consideração que $dr = h d\Delta p$ resulta

$$d\Delta p = \frac{\dot{\varepsilon}^{VP}(\sigma_e, r) - \Delta p / \Delta t}{1 / \Delta t + \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \Delta p} - h \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial r}}. \quad (4.23)$$

A correção dos níveis de tensão em módulo é efetuada através da seguinte equação

$$\sigma_e = \sigma_e^{tr} - 3G\Delta p, \quad (4.24)$$

onde o σ_e^{tr} traduz os níveis de tensão tentativa e o σ_e traduz os níveis de tensão efetiva.

Substituindo a equação anterior na equação 4.18 e derivando-a parcialmente em ordem a Δp têm-se

$$\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \Delta p} = -3G \frac{n_1}{N} \left(\frac{\sigma_e - \sigma_y}{N} \right)^{n_1-1}. \quad (4.25)$$

Desta forma, substituindo a equação 4.5 na equação 4.18 e derivando-a parcialmente em ordem a r obtém-se

$$\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial r} = -\frac{n_1}{N} \left(\frac{\sigma_e - \sigma_y}{N} \right)^{n_1-1}. \quad (4.26)$$

Por fim, de uma forma genérica o ciclo iterativo será:

1. Calcular $\dot{\varepsilon}^{VP}(\sigma_e, r)$ de acordo com a equação 4.18 .
2. Calcular $\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \Delta p}$ de acordo com a equação 4.25.
3. Calcular $\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial r}$ de acordo com a equação 4.26.
4. Atualizar a tensão cedência: $\sigma_y = \sigma_y + h \, d\Delta p$
5. Calcular $d\Delta p$ de acordo com a equação 4.23.
6. Finalmente atualizar o incremento de deformação plástica: $dp = dp + d\Delta p$
7. Verificar critério de paragem: $\Delta p - \dot{\varepsilon}^{VP}(\sigma_e, r) \Delta t \simeq 0$. Caso o resíduo seja muito reduzido termina-se o ciclo iterativo, caso contrário volta-se ao início do processo iterativo.

A sub-rotina do modelo de Norton pode ser resumida em cinco grandes etapas. A primeira etapa é a determinação das tensões tentativa. A segunda etapa é o cálculo da tensão efetiva e determinar se o material entrou em cedência. Caso tenha entrado em cedência efetua-se a terceira etapa, ou seja, o ciclo iterativo anteriormente descrito. A quarta etapa é atualizar as variáveis de estado (tensão e deformação). A última etapa é a implementação da matriz rigidez viscoplástica. Todavia, as etapas três e cinco só se realizam quando o material está em processo de deformação visco-plástica.

A matriz de rigidez (Consistente) para visco-plasticidade com encruamento isotrópico linear encontra-se deduzida em [17], pelo que não será deduzida neste trabalho. Todavia, a sua forma final bem como as constantes necessárias ao seu cálculo são as seguintes:

$$K^{VP} = 2G\alpha \frac{\sigma^{tr'}}{\sigma_e^{tr'}} \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \sigma} + \left(K - \frac{2}{3}G\beta \right) \mathbf{II} + 2\gamma G \frac{\sigma^{tr'}}{\sigma_e^{tr'}} \frac{\sigma^{tr'}}{\sigma_e^{tr'}} + 2G\beta \mathbf{I}, \quad (4.27)$$

onde:

$$\alpha = \frac{3G}{1/\Delta t + 2G \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \sigma} : \mathbf{n} - h \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial r}};$$

$$\beta = \frac{\sigma_e}{\sigma_e^{tr'}}; \quad \text{e}$$

$$\gamma = \frac{3}{2} \left(1 - \frac{\sigma_e}{\sigma_e^{tr'}} \right).$$

De salientar ainda que \mathbf{II} é a matriz de identidade de sexta ordem e

$$\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{n_1}{N} \left(\frac{\sigma_e - \sigma_y}{N} \right)^{n_1-1} \frac{\partial(\sigma_e - \sigma_y)}{\partial \boldsymbol{\sigma}}. \quad (4.28)$$

Tendo em consideração que $f = \sigma_e - \sigma_y$, a derivada parcial $\frac{\partial(\sigma_e - \sigma_y)}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$ resulta na definição da direção de plasticização (\mathbf{n}), ou seja,

$$\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{n} \frac{n_1}{N} \left(\frac{\sigma_e - \sigma_y}{N} \right)^{n_1-1}. \quad (4.29)$$

Modelo Shewmon Ao contrário do modelo de Norton, este modelo considera ambos os encruamentos bem como o crescimento de grão. No encruamento cinemático, este é considerado como sendo não-linear, como descrito anteriormente. A vantagem deste modelo advém de ter em conta o crescimento de grão durante um ensaio termomecânico (tratamento térmico). Analogamente ao modelo anterior, este também se trata de um modelo elasto-viscoplástico. Contudo, a parte viscoplástica deste modelo é definida através de três equações dependentes entre si.

A primeira equação traduz uma relação entre o crescimento de grão e a deformação plástica efetiva, isto é,

$$\dot{l} = \frac{\alpha_1 + \beta_1 \dot{p}}{l^{u_1}}, \quad (4.30)$$

onde l é o tamanho de grão médio e as constantes α_1 , β_1 e u_1 são valores que dependem da natureza do material e exigem a sua medição experimental.

Esta equação não se encontra na forma mais apropriada para a sua aplicação num código pelo método dos elementos finitos. Rearranjando a expressão anterior resulta

$$l^{u_1} \frac{dl}{dt} = \alpha_1 + \beta_1 \dot{p}, \quad (4.31)$$

ou seja,

$$l^{u_1} dl = (\alpha_1 + \beta_1 \dot{p}) dt. \quad (4.32)$$

Integrando ambos os membros da equação anterior em ordem a dl e dt respetivamente, obtêm-se

$$\frac{1}{u_1 + 1} l^{u_1+1} = \alpha_1 t + \beta_1 p + c_0, \quad (4.33)$$

onde c_0 é a constante de integração. Considerando que para instante inicial ($t=0$) a deformação efetiva ($p=0$) é nula, determina-se a constante de integração, resultando em

$$\frac{1}{u_1 + 1} l^{u_1+1} = \alpha_1 t + \beta_1 p + \frac{1}{u_1 + 1} l_0^{u_1+1}, \quad (4.34)$$

onde l_0 é o tamanho de grão inicial.

Multiplicando ambos os membros por $u_1 + 1$ e representando a equação anterior em termos incrementais resulta

$$l = \left(l_k^{u_1+1} + (1 + u_1)\alpha_1\Delta t + (1 + u_1)\beta_1\Delta p \right)^{\frac{1}{1+u_1}}, \quad (4.35)$$

onde l_k é o tamanho de grão médio até ao incremento anterior. Assim a equação anterior encontra-se numa forma que possibilita a sua implementação num código pelo método dos elementos finitos.

A segunda equação traduz o encruamento cinemático, representando-se por

$$\dot{\chi} = \frac{2}{3}c\dot{\epsilon}^{VP} - \gamma\chi\dot{\epsilon}^{VP}, \quad (4.36)$$

onde c e γ são constantes do material. Contudo, é necessário proceder à sua manipulação a fim de possibilitar a sua implementação no código anteriormente mencionado. Representando-a em termos incrementais e substituindo a equação 4.15 resulta

$$\Delta\chi = \frac{2}{3}c\Delta p - \gamma\chi\Delta p. \quad (4.37)$$

A terceira e última equação traduz a velocidade de deformação Viscoplastica, definindo o modelo constitutivo. Neste modelo destaca-se a sua interdependência com dois tipos de encruamento do material e a sua capacidade de modelar crescimento de grão.

$$\dot{\epsilon}^{VP}(\sigma_e, \chi, r) = \frac{\alpha}{l^u} \sinh(\beta[\sigma_e(\sigma, \chi) - \sigma_y(r)]), \quad (4.38)$$

onde $\dot{\epsilon}^{VP}$ é a velocidade de deformação viscoplastica efetiva, σ_e é a tensão equivalente de Von Mises, χ é tensor de encruamento cinemático, r é o modelo de encruamento isotrópico e α e β são constantes do material que atuam diretamente no modelo constitutivo.

Considerando que o incremento de deformação viscoplastica é dado pelo produto da sua velocidade pelo incremento de tempo resulta que $\Delta p = \dot{\epsilon}^{VP}((\sigma_e, p, \chi, r))\Delta t$. Colocando a expressão numa forma mais indicada para aplicação do método de Newton obtêm-se

$$\psi = \Delta p - \dot{\epsilon}^{VP}(\sigma_e, \chi, r)\Delta t. \quad (4.39)$$

Aplicando o método de Newton à equação 4.39 obtêm-se a nova equação

$$\psi + \frac{\partial \dot{\epsilon}^{VP}}{\partial \Delta p} d\Delta p + \frac{\partial \dot{\epsilon}^{VP}}{\partial r} dr + \frac{\partial \dot{\epsilon}^{VP}}{\partial \chi} d\chi = 0. \quad (4.40)$$

O módulo de encruamento isotrópico (h) traduz o incremento de tensão por cada incremento de deformação e pode ser calculado pela seguinte equação:

$$h = \frac{dr}{dp}. \quad (4.41)$$

Substituindo a equação 4.6 na equação anterior e efetuando a derivada total, obtêm-se

$$h = QB e^{-Bp}, \quad (4.42)$$

onde B e Q são constantes de encruamento isotrópico. Derivando a equação 4.38 em ordem às variáveis em análise, substituindo-as na equação 4.40 e tendo em consideração que $dr = h d\Delta p$ e $\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \chi} = -\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \sigma_e} \mathbf{n}$ resulta a seguinte relação:

$$d\Delta p = \frac{\dot{\varepsilon}^{VP}(\sigma_e, \chi, r) - \Delta p / \Delta t}{1/\Delta t + \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \Delta p} - h \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial r} + \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \sigma_e} (c - \gamma \mathbf{n} : \chi_t)}. \quad (4.43)$$

Antes da representação esquemática do ciclo iterativo é necessário proceder ao cálculo de algumas derivadas. A correção dos níveis de tensão em módulo é efetuada através da seguinte equação

$$\sigma_e = \sigma_e^{tr} - 3G\Delta p, \quad (4.44)$$

onde o σ_e^{tr} traduz os níveis de tensão tentativa e o σ_e traduz os níveis de tensão efetiva. Portanto, a relação $\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \Delta p}$ é obtida através da substituição da equação anterior na equação 4.38 e efetuando a derivada parcial resulta

$$\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \Delta p} = -\frac{3G\alpha\beta}{l^u} \cosh(\beta(\sigma_e(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\chi}) - \sigma_y(r))). \quad (4.45)$$

Quanto à relação $\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial r}$, esta é calculada através da substituição da equação 4.5 na equação 4.38 e efetuando a derivada parcial resulta

$$\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial r} = -\frac{\alpha\beta}{l^u} \cosh(\beta(\sigma_e(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\chi}) - \sigma_y(r))). \quad (4.46)$$

Relativamente à relação $\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \sigma_e}$, esta calcula-se através da derivação parcial da equação 4.38 em ordem a σ_e , resultando

$$\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \sigma_e} = \frac{\alpha\beta}{l^u} \cosh(\beta[\sigma_e(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\chi}) - \sigma_y(r)]). \quad (4.47)$$

Por fim, de uma forma genérica o ciclo iterativo será:

1. Calcular $\dot{\varepsilon}^{VP}(\sigma_e, \chi, r)$ de acordo com a equação 4.38.
2. Calcular $\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \Delta p}$ de acordo com a equação 4.45.
3. Calcular $\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial r}$ de acordo com a equação 4.46.
4. Calcular $\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \sigma_e}$ de acordo com a equação 4.47.
5. Atualizar a tensão cedência: $\sigma_y = \sigma_y + h d\Delta p$.
6. Atualizar o tensor de encruamento cinemático de acordo com a equação 4.37.
7. Calcular $d\Delta p$ de acordo com a equação 4.43.
8. Finalmente atualizar o incremento de deformação plástica: $dp = dp + d\Delta p$.
9. Verificar critério de paragem: $\Delta p - \dot{\varepsilon}^{VP}(\sigma_e, \chi, r) \Delta t \simeq 0$. Caso o resíduo seja muito reduzido termina-se o ciclo iterativo, caso contrário volta-se ao início do processo iterativo.

A subrotina do modelo Shewmon pode resumida em cinco grandes etapas: (i) determinação das tensões tentativa, (ii) cálculo da tensão efetiva e determinar se o material entrou em cedência. (iii) Caso tenha entrado em cedência efetua-se o ciclo iterativo anteriormente descrito. (iv) Atualização as variáveis de estado (tensão, deformação e tamanho de grão) e (v) implementação da matriz rigidez viscoplástica. Todavia, as etapas três e cinco só se realizam quando o material está em processo de deformação viscoplástica.

Relativamente à matriz de rigidez (Consistente) para viscoplasticidade com encruamento isotrópico e cinemático é necessário a sua dedução. Para isso, toma-se a correção das tensão tentativa na sua forma tensorial:

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma}^{tr'} - 2G\Delta p\mathbf{n}, \quad (4.48)$$

e em módulo poder ser aproximado pela equação seguinte:

$$\sigma_e = \sigma_e^{tr} - 3G\Delta p. \quad (4.49)$$

Relativamente à direção de plasticização, esta pode ser calculada por:

$$\mathbf{n} = \frac{3}{2} \frac{\boldsymbol{\sigma}^{tr'} - \boldsymbol{\chi}_t}{\sigma_e^{tr}}, \quad (4.50)$$

ou por

$$\mathbf{n} = \frac{3}{2} \frac{\boldsymbol{\sigma}' - \boldsymbol{\chi}_t}{\sigma_e}. \quad (4.51)$$

As relações 4.50 e 4.51 são equivalentes e de enorme utilidade durante a manipulação algébrica das equações. Então, igualam-se as duas equações em análise e obtêm-se:

$$\boldsymbol{\sigma}' = \sigma_e \frac{\boldsymbol{\sigma}^{tr'} - \boldsymbol{\chi}_t}{\sigma_e^{tr}} + \boldsymbol{\chi}_t. \quad (4.52)$$

Rearranjando e aplicando um operador diferencial à equação 4.52 resulta a expressão seguinte:

$$\delta\boldsymbol{\sigma}' = \frac{\sigma_e}{\sigma_e^{tr}} \delta\boldsymbol{\sigma}^{tr'} + \left(\frac{\delta\sigma_e}{\sigma_e^{tr}} - \frac{\sigma_e}{\sigma_e^{tr}} \frac{\delta\sigma_e^{tr}}{\sigma_e^{tr}} \right) \boldsymbol{\sigma}^{tr'} + \frac{\sigma_e}{\sigma_e^{tr}} \frac{\boldsymbol{\chi}_t}{\sigma_e^{tr}} \delta\sigma_e^{tr} - \frac{\boldsymbol{\chi}_t}{\sigma_e^{tr}} \delta\sigma_e. \quad (4.53)$$

Relembre-se que:

$$\delta\sigma_e^{tr} = \frac{3}{2} \frac{1}{\sigma_e^{tr}} (\boldsymbol{\sigma}^{tr'} - \boldsymbol{\chi}_t) : \delta\boldsymbol{\sigma}^{tr}, \quad (4.54)$$

$$\delta\sigma_e = \frac{3}{2} \frac{1}{\sigma_e} (\boldsymbol{\sigma}' - \boldsymbol{\chi}_t) : \delta\boldsymbol{\sigma} \quad (4.55)$$

e

$$\delta\boldsymbol{\sigma}' = \delta\boldsymbol{\sigma}^{tr'} - 2G\delta\Delta p\mathbf{n}, \quad (4.56)$$

forma diferencial da equação 4.48. Substituindo as três equações anteriores na equação 4.53 e após manipulação algébrica obtêm-se a seguinte relação:

$$\delta\boldsymbol{\sigma}' = -\frac{\boldsymbol{\sigma}^{tr'} - \boldsymbol{\chi}_t}{\sigma_e^{tr}} : 3G\delta\Delta p + \frac{\sigma_e}{\sigma_e^{tr}} : \delta\boldsymbol{\sigma}^{tr'} + \frac{3}{2} \left(1 - \frac{\sigma_e}{\sigma_e^{tr}} \right) \frac{\boldsymbol{\sigma}^{tr'} - \boldsymbol{\chi}_t}{\sigma_e^{tr}} \frac{\boldsymbol{\sigma}^{tr'} - \boldsymbol{\chi}_t}{\sigma_e^{tr}} : \delta\boldsymbol{\sigma}^{tr'}. \quad (4.57)$$

Na equação 4.57 está presente o termo $\delta\Delta p$ que é necessário calcular com base no modelo constitutivo. A equação viscoplástica é representada pela equação

$$\Delta p = \dot{\varepsilon}^{VP}(\sigma_e, \chi, r)\Delta t, \quad (4.58)$$

e pode ser transformada em

$$\delta\Delta p = \left(\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \delta \boldsymbol{\sigma} + \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial r} \delta r - \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \chi} : \delta \chi \right) \Delta t. \quad (4.59)$$

Substituindo as relações já anteriormente utilizadas neste capítulo na equação 4.59 resulta a seguinte relação:

$$\begin{aligned} \delta\Delta p = \left(\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \delta \boldsymbol{\sigma}^{\text{tr}} - 2G\delta\Delta p \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbf{n} + \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial r} h\delta\Delta p - \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \sigma_e} \mathbf{n} : \frac{2}{3} \mathbf{n} c \delta\Delta p \right. \\ \left. + \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \sigma_e} \mathbf{n} : \gamma \chi_t \delta\Delta p \right) \Delta t, \end{aligned} \quad (4.60)$$

que resolvendo-a em ordem a $\delta\Delta p$ origina a expressão que se pretende:

$$\delta\Delta p = \frac{\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \delta \boldsymbol{\sigma}^{\text{tr}}}{1/\Delta t + 2G \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbf{n} - h \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial r} + \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \sigma_e} (c - \gamma \mathbf{n} : \chi_t)}. \quad (4.61)$$

Substituindo a equação 4.61 na equação 4.57 e agrupando alguns termos em variáveis auxiliares resulta que:

$$\delta \boldsymbol{\sigma}' = \alpha \frac{\boldsymbol{\sigma}^{\text{tr}'} - \chi_t}{\sigma_e^{\text{tr}}} \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \delta \boldsymbol{\sigma}^{\text{tr}} + \beta \delta \boldsymbol{\sigma}^{\text{tr}'} + \gamma \frac{\boldsymbol{\sigma}^{\text{tr}'} - \chi_t}{\sigma_e^{\text{tr}}} \frac{\boldsymbol{\sigma}^{\text{tr}'} - \chi_t}{\sigma_e^{\text{tr}}} : \delta \boldsymbol{\sigma}^{\text{tr}'}, \quad (4.62)$$

onde:

$$\alpha = - \frac{3G}{1/\Delta t + 2G \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbf{n} - h \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial r} + \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \sigma_e} (c - \gamma \mathbf{n} : \chi_t)},$$

$$\beta = \frac{\boldsymbol{\sigma}^{\text{tr}'}}{\sigma_e^{\text{tr}'}}$$

e

$$\gamma = \frac{3}{2} \left(1 - \frac{\boldsymbol{\sigma}^{\text{tr}'}}{\sigma_e^{\text{tr}'}} \right).$$

Relembrando mais algumas relações finaliza-se a dedução da matriz de rigidez viscoplástica que traduz o gradiente de incremento de tensão por incremento de deformação. As relações ainda necessárias são:

$$\delta \boldsymbol{\sigma}^{\text{tr}'} = 2G\delta\boldsymbol{\varepsilon} - \frac{2}{3}G(\delta\boldsymbol{\varepsilon} : I)I \quad (4.63)$$

e

$$\delta \boldsymbol{\sigma} = \delta \boldsymbol{\sigma}' + KII : \delta\boldsymbol{\varepsilon}. \quad (4.64)$$

Efetuando as substituições na equação 4.62, finalmente resulta a relação que contém a matriz rigidez utilizada:

$$\delta\boldsymbol{\sigma} = \left[2G\alpha \frac{\boldsymbol{\sigma}^{\text{tr}'} - \boldsymbol{\chi}_t}{\sigma_e^{\text{tr}'}} \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + \left(K - \frac{2}{3}G\beta \right) II + 2\gamma G \frac{\boldsymbol{\sigma}^{\text{tr}'} - \boldsymbol{\chi}_t}{\sigma_e^{\text{tr}'}} \frac{\boldsymbol{\sigma}^{\text{tr}'} - \boldsymbol{\chi}_t}{\sigma_e^{\text{tr}'}} \right] : \delta\boldsymbol{\varepsilon} + 2G\beta\delta\boldsymbol{\varepsilon}. \quad (4.65)$$

É necessário ainda o cálculo da seguinte derivada: $\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$ com base na equação 4.38. Esta é calculada considerando uma função de cedência dada por:

$$f = \sigma_e(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\chi}) - \sigma_y(r) \quad (4.66)$$

e tendo em consideração que $\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$ é a definição de direção de plasticização (\mathbf{n}), resulta

$$\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{VP}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{n} \frac{\alpha\beta}{d^u} \cosh(\beta(\sigma_e(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\chi}) - \sigma_y(r))). \quad (4.67)$$

4.6 Implementação de uma subrotina do utilizador: UMAT

As subrotinas do utilizador permitem a implementação de modelos constitutivos em softwares de simulação numérica comerciais. A subrotina UMAT implementada no código Abaqus Standard [27], esta é chamada em cada ponto de integração de cada elemento, iteração a iteração, em todos os incrementos de carga. Estas subrotinas possuem como principais variáveis de entrada:

- As propriedades do material.
- O estado de tensão a que o ponto integração esteve sujeito no incremento anterior.
- O estado de deformação em que o ponto se encontra, bem como o incremento de deformação que este irá sofrer.
- A Temperatura a que o ponto de integração se encontra bem como a sua variação.
- O tempo decorrido bem como o incremento de tempo.

Através destas variáveis de entrada implementa-se os modelos constitutivos que se revelaram necessários. Neste trabalho implementou-se o modelo Norton e modelo Shewmon anteriormente descritos, usando toda a metodologia apresentada neste capítulo. Estas foram implementadas recorrendo a codificação fortran e o código realizado encontra-se no Anexo A.

Parte III

Resultados e Discussão

Capítulo 5

Análise numérica do material

Os tratamentos térmicos são processos complexos que envolvem mecanismos térmicos e mecânicos e para que este seja efetuado corretamente é necessário compreendê-lo. Contudo, o comportamento termomecânico é definido pelo material em causa e suas propriedades. Numa simulação numérica trabalha-se com propriedades e modelos constitutivos que são uma aproximação da realidade. Os modelos mais representativos da realidade são geralmente os mais complexos e que exigem maior tempo de computação e, conseqüentemente, mais custos. Mas por outro lado os modelos mais simples e que exigem menos custos de computação são modelos menos representativos da realidade e, em algumas aplicações, podem não ter validade. Surge a necessidade de avaliar a importância das propriedades térmicas com especial destaque na condutividade térmica e as leis constitutivas.

5.1 Condutividade térmica

A condutividade térmica do material traduz a capacidade de transferência de calor por condução de um material quando sujeito a um gradiente térmico. Então, para compreender qual o seu efeito e importância procede-se a vários ensaios termomecânicos. Na modelação dos ensaios foi considerado a liga de alumínio 6111-T4, cujo o comportamento é representado pela curva de tensão-deformação presente na figura 5.1 (modelo elásto-plástico). Outros dados adicionais estão presente na tabela 5.1.

Tabela 5.1: Propriedades termomecânicas da Liga 6111-T4 [30] [31].

| | |
|----------------------------------|--------------------------------------|
| Módulo de elasticidade | 69 GPa |
| Coefficiente de Poisson | 0.342 |
| Tensão limite de elasticidade | 161 MPa |
| Densidade | 2710 kg/m ³ |
| Coefficiente de expansão térmica | $2.22 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ |
| Condutividade térmica | 200 W/(m.K) |

Tendo em conta que o estudo consiste na avaliação da influência da condutividade térmica no arrefecimento do material, procede-se a variação da condutividade térmica do material mantendo todas as outras propriedades de acordo com a tabela 5.1. Como

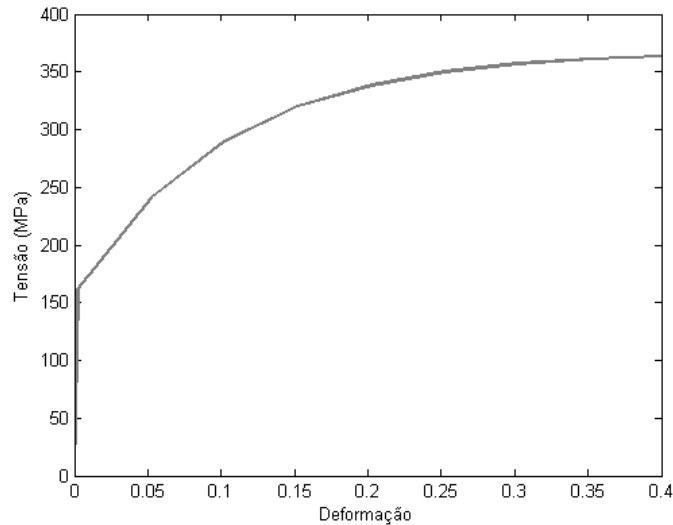


Figura 5.1: Curva de tensão deformação da Liga 6111-T4 [30].

resultado final observa-se os diferentes campos de temperatura para as diferentes condutividades térmicas. A geometria considerada foi um octógono regular de oito centímetros de lado. A simulação numérica foi efetuada com o elemento CPE4T [27]. Este elemento tem 4 nós e é apropriado para deformação plana e acoplamento termomecânico. O arrefecimento do material foi modelado apenas em duas dimensões (2D) por uma questão de simplicidade.

As condições de fronteira consideradas tomam o exterior do octógono como um campo de temperaturas que varia linearmente com o tempo, desde uma temperatura inicial de 500°C até 20°C . O tempo que decorre entre as duas temperaturas é de 240 segundos, tratando-se por isso de curva de arrefecimento severa. Posteriormente, a temperatura na fronteira do sólido permanece constante nos 20°C para que o campo de temperaturas no interior do material se estabilize.

A geometria adotada discretizada-se em 539 elementos e 579 nós, como pode ser visto na figura 5.2. A razão de estar representado um quarto do octógono deve-se ao facto deste ensaio termomecânico apresentar condições de simetria relativamente a dois planos que possibilitam a simplificação.

Quanto às condições de fronteira mecânicas é necessário restringir o movimento de alguns pontos que se encontram representados na figura 5.3. Estas restrições têm como objetivo garantir que a simulação de elementos finitos se desenvolva corretamente, não ocorrendo movimento de corpo rígido.

Na figura 5.4, o tracejado C.F. é indicativo da condição de fronteira aplicada nas arestas do octógono em função do tempo, como mencionado anteriormente. Quanto às restantes linhas, cada uma delas representa os resultados da simulação realizada para cada uma das condutividades térmica representadas na figura em análise. A temperatura presente no gráfico é relativa ao nó central do octógono, visto que este é o último a atingir a temperatura da condição de fronteira. Na continuação da análise desta figura é perceptível que à medida que a condutividade térmica do material aumenta a temperatura no interior da peça tende a igualar a da condição de fronteira, ou seja, para uma dada

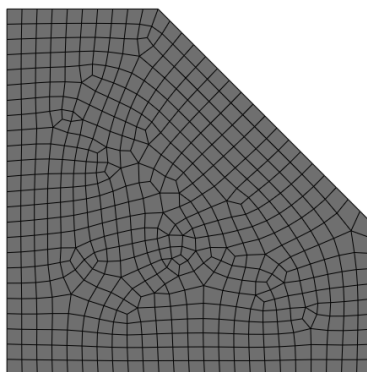


Figura 5.2: Discretização da geometria adotada.

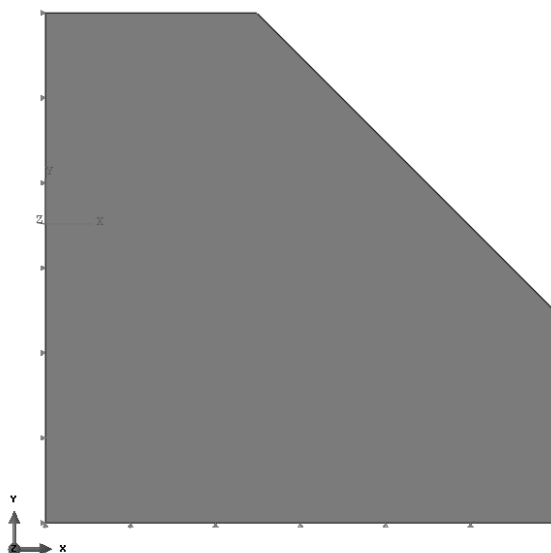


Figura 5.3: Condições de fronteira mecânicas.

condição de fronteira e para uma dada geometria, à medida que a condutividade térmica aumenta os gradientes térmicos "enfraquecem". A linha C.F. e a curva de arrefecimento sobrepõem-se para $K \rightarrow \infty$. Por outro lado, à medida que a condutividade térmica desce os gradientes térmicos tendem a aumentar. No limite, se a condutividade térmica fosse nula, o material não arrefeceria ao longo do tempo.

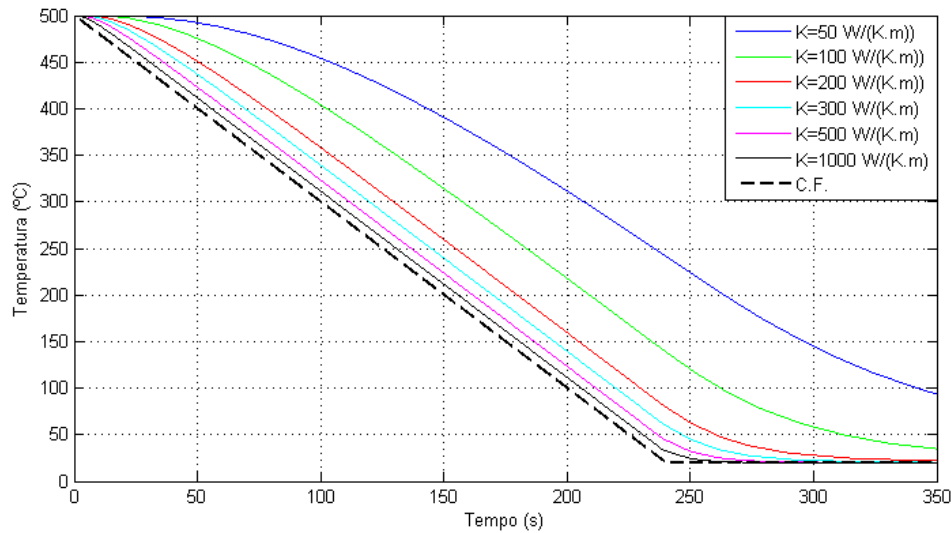


Figura 5.4: Evolução da temperatura num nó central do octógono.

A figura 5.5 apresenta os resultados de quatro simulações ($K=50, 200, 300$ e $500 \frac{W}{mK}$) a fim de ser possível visualizar o campo de temperaturas para vários instantes de tempo. Na figura em análise conclui-se que com o aumento da condutividade térmica, os gradientes térmicos tendem a ser suavizados, comprovando as conclusões retiradas pela análise dos gráficos anteriores.

A figura 5.5 d) corresponde ao instante a que a temperatura da fronteira do octógono regular estabiliza em 20°C . Nos instantes seguintes apenas existe a uniformização do campo de temperaturas que é mais rápida quanto maior for a condutividade do metal. Note-se que este tipo de análise só possui validade porque todas os outros parâmetros foram mantidos constantes.

A figura 5.5 e) corresponde ao instante final da simulação. Nas condutividades térmicas mais altas todo o objeto já se encontra a 20°C , isto é, já arrefeceu na sua totalidade. Contudo, o material do interior da geometria de menor condutividade térmica ainda não estabilizou a sua temperatura. Este facto leva a problemas metalúrgicos devido à não uniformidade do arrefecimento.

A figura 5.6 apresenta a evolução da tensão na direção x para os casos das condutividades térmicas iguais a 200 e 500 W/m.K em elementos no centro e na periferia do octógono. Nesta figura está patente que os níveis tensão estão relacionados com os gradientes térmicos, isto é, com a condutividade térmica do material. Analisando a curva de menor condutividade térmica, o elemento da periferia é representativo da contração do material nos primeiros instantes. A zona exterior do material é sujeita à tração (positivo), visto que é impedida de contrair pelo material do interior. Os gradientes térmicos desenvolvidos levam a diferenças de temperaturas entre o material da periferia e o do

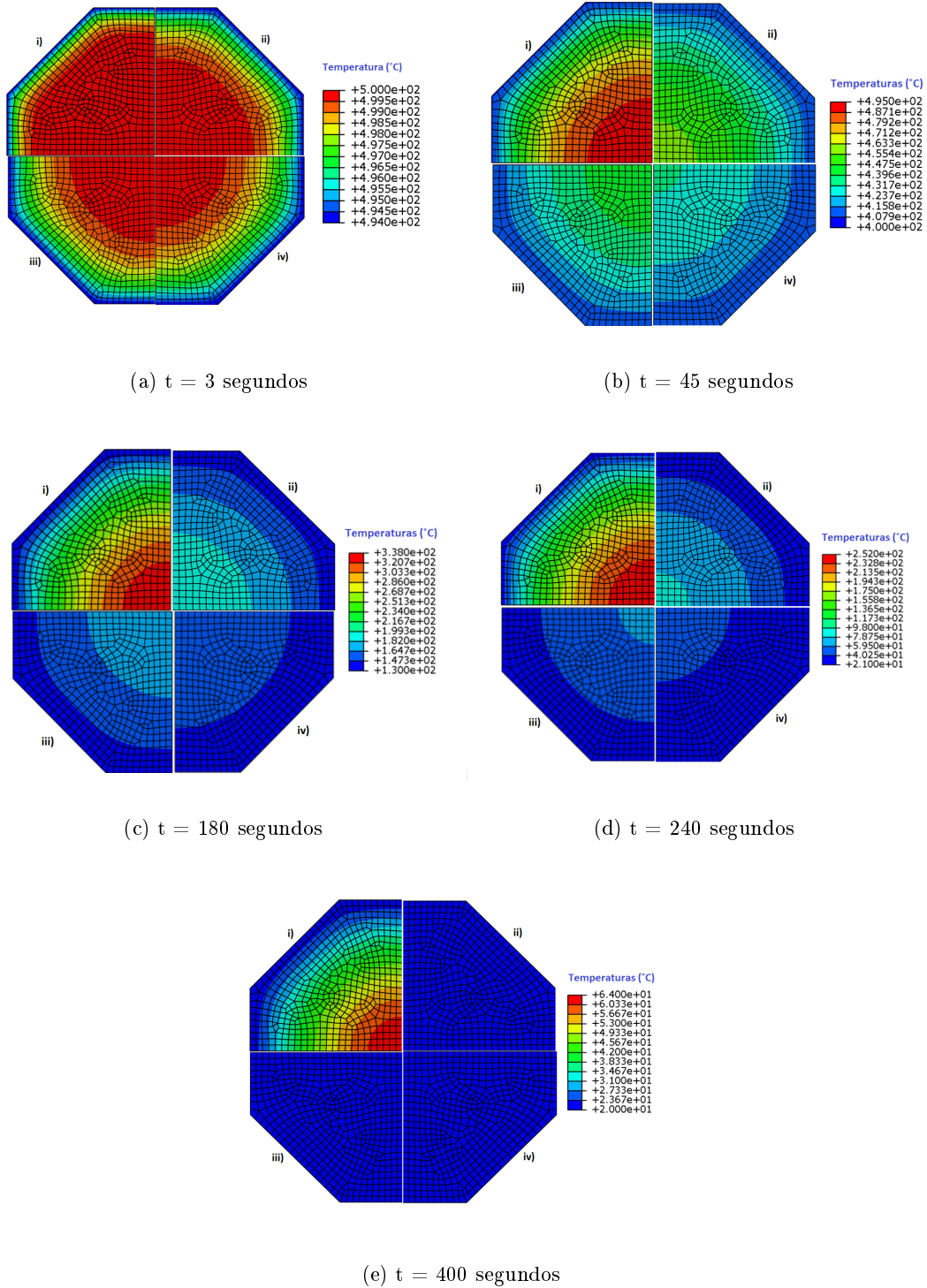


Figura 5.5: Campo de temperaturas para diferentes instantes de tempo (3, 45, 180, 240 e 400 segundos) e diferentes condutividades térmicas ((i) $k = 50 \frac{w}{mK}$), (ii) $k = 200 \frac{w}{mK}$, (iii) $k = 300 \frac{w}{mK}$ e (iv) $k = 500 \frac{w}{mK}$)

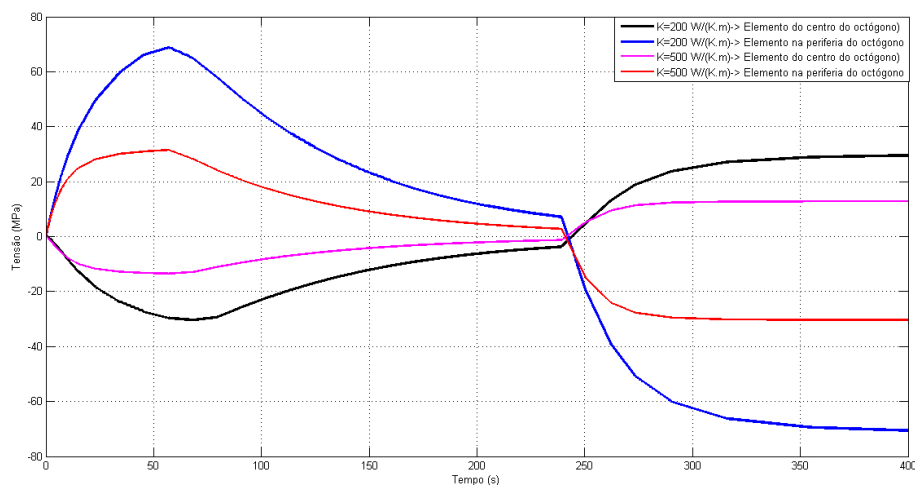


Figura 5.6: Representação gráfica de tensões em função do tempo.

interior, visto que existe uma resistência térmica que se opõe ao fluxo de calor por condução. Então, o material da periferia começa e acaba o processo de contração primeiro que o material do interior. Na medida em que o material da periferia fica sujeito a um estado de tração, o material no interior (elemento central) fica sujeito à compressão (negativo). Com o decorrer do tempo, o material da periferia deixa de contrair e o material no seu interior começa o seu processo contração. Porém, o material da periferia oferece resistência à contração do material interior e os níveis de tensão invertem-se, ou seja, o material interior fica à tração e o exterior à compressão.

Analisando as duas curvas de maior condutividade térmica é patente o efeito anteriormente explicado, contudo, em menor escala, visto que os gradientes térmicos são menos acentuados.

Conclui-se que a condutividade térmica de um material dita o campo de temperatura no seu interior para umas dadas condições iniciais e de fronteira, resultando em diferentes níveis de tensões residuais conforme os gradientes térmicos envolvidos.

5.2 Leis constitutivas

Todos os metais apresentam um comportamento elastoviscoplastico. Contudo, pode ser uma aproximação razoável admitir que o material se comporta segundo um modelo plástico, ou elástico. Para compreender a influência destes modelos procedeu-se novamente a um ensaio termomecânico idêntico ao anterior, ou seja, um arrefecimento desde dos 500 °C até 20 °C em 240 segundos. A condição de fronteira aplicada na aresta do octógono tem uma variação linear com a temperatura e toma-se a mesma discretização dos elementos.

Na modelação dos ensaios foi considerado a liga de alumínio 6111-T4, cujo o comportamento é representado pela curva de tensão-deformação presente na figura 5.1 (modelo elastoplástico). Outros dados adicionais estão presente na tabela 5.1.

Para modelar o material como elastoviscoplastico recorreu-se ao modelo viscoso dado por

$$\dot{\epsilon}^V = A\sigma_0^n t^m, \quad (5.1)$$

onde σ_0 é a tensão equivalente de Von Mises [27] e n , m e A são constantes. Estas encontram-se na tabela 5.2 em função da temperatura. Relativamente ao fator f , este é uma fração entre o modulo de elasticidade viscosa e o módulo de Young. Este funciona como elo de ligação entre o modelo elastoplástico e modelo viscoso através da fração entre os diferentes módulos.

Tabela 5.2: Constantes do modelo Viscoplastico em função da temperatura [27].

| A | n | m | f | T |
|----------|-------|---|--------|-----|
| 0.02 | 2.04 | 0 | 0.1667 | 20 |
| 0.02 | 2.04 | 0 | 0.169 | 100 |
| 0.02 | 2.04 | 0 | 0.1714 | 200 |
| 0.0127 | 2.04 | 0 | 0.1806 | 300 |
| 0.0127 | 2.04 | 0 | 0.1899 | 400 |
| 0.002903 | 2.295 | 0 | 0.2424 | 500 |
| 0.002903 | 2.295 | 0 | 0.3571 | 600 |
| 0.002903 | 2.295 | 0 | 0.4805 | 700 |

No gráfico 5.7 é visível as diferenças ao nível da tensão em x nos diferentes modelos, permitindo perceber se o material está sob um estado de compressão ou tração. As tensões representadas no gráfico em análise são relativas a um elemento da periferia do octógono.

Na curva relativa ao arrefecimento cujo o seu material foi modelado como perfeitamente elástico, apresenta um nível de tensão distinto do modelo plástico. Nos primeiros instantes o material na periferia começa a contrair enquanto o material do interior não, por isso o material da periferia ficará sob um estado de tração, cuja sua magnitude vai aumentando no tempo. Mas após decorrer algum tempo, o material no interior começa também a contrair causando um efeito de compressão do material da periferia. Como o material foi modelado como perfeitamente elástico, os efeitos de tração do material da periferia e os efeitos de compressão causados pelo material interior tendem a anular-se e a curva permanece alguns instantes aproximadamente horizontal. No entanto, quando

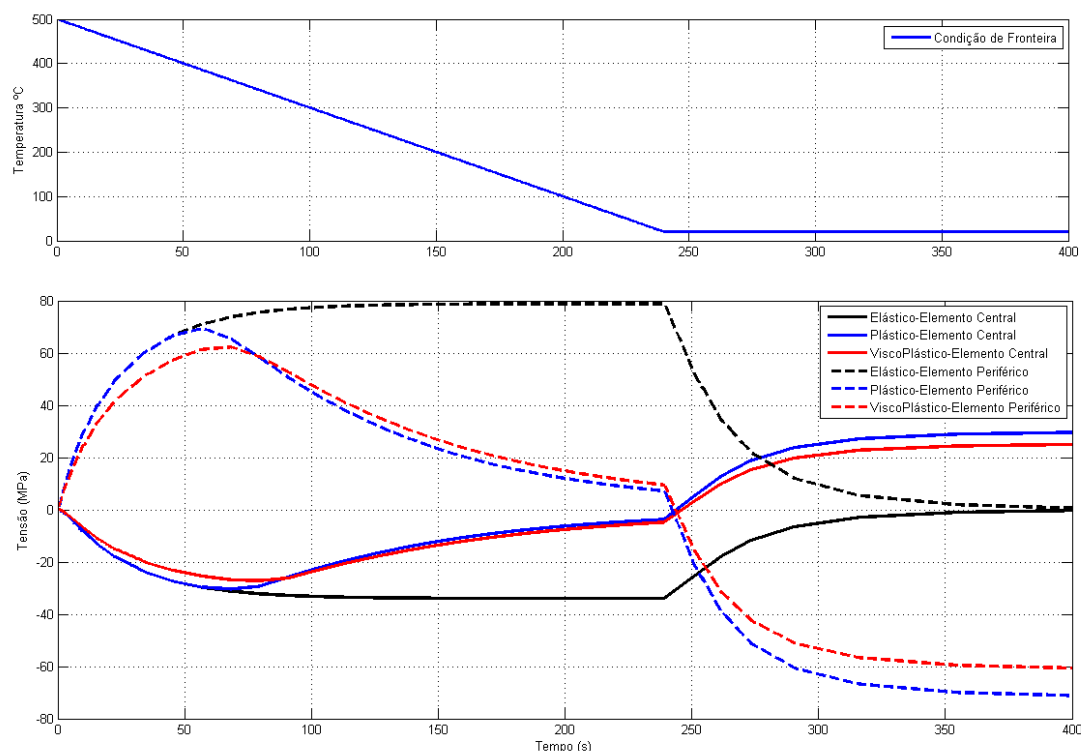


Figura 5.7: Gráfico de tensões segundo os vários modelos constitutivos avaliadas na direção x.

a condição de fronteira estabiliza na temperatura de 20°C , os esforços de compressão são os únicos que continuam a evoluir no tempo, e acabam por equilibrar todo o campo de tensões para valores nulos. Apesar deste resultado ser expectável, este não traduz a realidade. O modelo elástico tem como pressuposto principal que as deformações não são permanentes.

Na curva relativa ao modelo elastoplástico, isto é, o arrefecimento cujo seu material é modelado como elastoplástico, distingue-se do modelo elástico ao nível das suas curvas. Nos primeiros instantes, estas são coincidentes, visto que o material é modelado como tendo inicialmente uma primeira região elástica. Todavia, para deformações de maior magnitude, o comportamento do material torna-se não linear (plasticidade) como se encontra representado na figura 5.1. Então à medida que o material arrefece, o aumento dos níveis de tensão levam à cedência do material da periferia e, algum tempo depois, do material interior. Após cedência do material, a taxa de crescimento dos níveis de tensão vai diminuindo ao longo do tempo até estagnar. Por exemplo, no arrefecimento do material periférico, os esforços de tração evoluem no tempo, mas quando ocorre a cedência do material, a sua taxa de crescimento diminui e os esforços de compressão sobrepõem-se, resultando numa diminuição dos esforços de tração. Quando a condição de fronteira estabiliza em 20°C , os esforços de tração deixam de evoluir e, consequentemente, os esforços de compressão tornam-se dominantes.

Pela figura 5.7 é visível que os níveis de tensões do modelo elastoviscoplastico são idênticos aos do modelo plástico. No entanto, neste modelo destaca-se a suavização dos picos

das curvas bem como um retardar no tempo, isto é, os picos de tensão desenvolvem-se mais tarde e com menor magnitude, característico de uma modelação viscosa e dependente do tempo.

Outro aspeto de extrema importância são as deformações e a sua análise ajuda a compreender qual o modelo de material mais adequado para a modelação de um arrefecimento do material. Na figura 5.8 está esquematizado as várias deformações que existem no objeto e as letras E, EE, PE, VE significam respetivamente deformação total, deformação elástica, deformação plástica, e deformação viscosa. Os valores de deformação foram avaliados na direção (x). Na figura em análise, todas as deformações anteriores encontram-se avaliadas num elemento central e num elemento periférico.

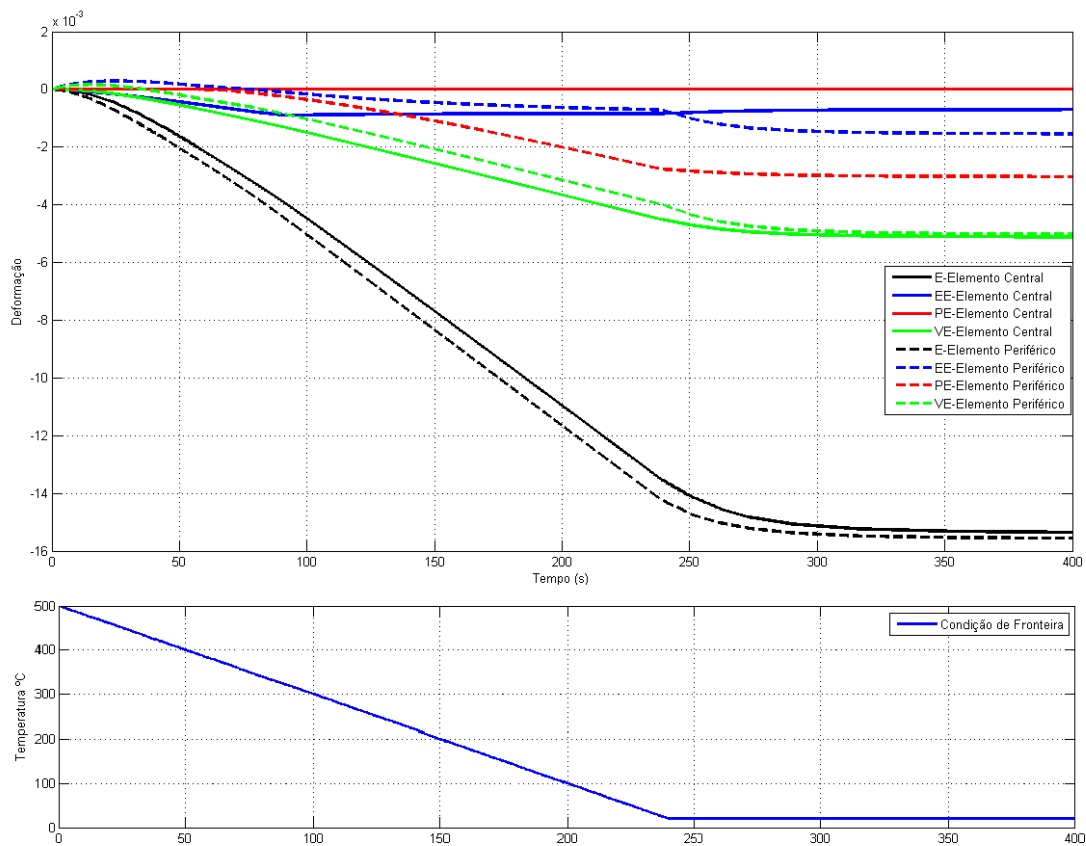


Figura 5.8: Decomposição da Deformação para o modelo elasto-viscoplástico.

Na figura 5.7 é visível que o elemento periférico fica sujeito a maiores níveis de tensão que o elemento central. Consequentemente, o elemento periférico apresenta maiores níveis de deformação como se pode visualizar na figura 5.8. Quanto às deformações elásticas, estas são reduzidas quando comparadas com outras deformações. Contudo, ao nível da deformação plástica, a diferença entre o elemento periférico e o elemento central é notória. Os níveis de deformação plástica na região periférica são relevantes, enquanto no elemento central, a deformação plástica é quase nula.

No entanto, a deformação viscosa assume os maiores valores e é uma componente importante de deformação neste ensaio. Assim, este ensaio reforça a hipótese de que o

modelo do material deve ser elastoviscoplastico. Apesar da sua complexidade e de tempo de cálculo, este traz maior realismo aos resultados. Então, os ensaios que se seguem neste trabalho irão ser realizados com o modelo mais complexo.

Outro ponto é a compreensão das relações entre a temperaturas e as deformações, bem como as suas taxas de variação ao longo do tempo e por fim relaciona-las com os níveis de tensão. Na figura 5.9 está presente um encadeamento de vários gráficos, com os seus valores avaliados apenas na direção (x). De salientar que a deformação total e a taxa deformação total referem-se á soma das várias componentes de deformação e não á soma das várias direções.

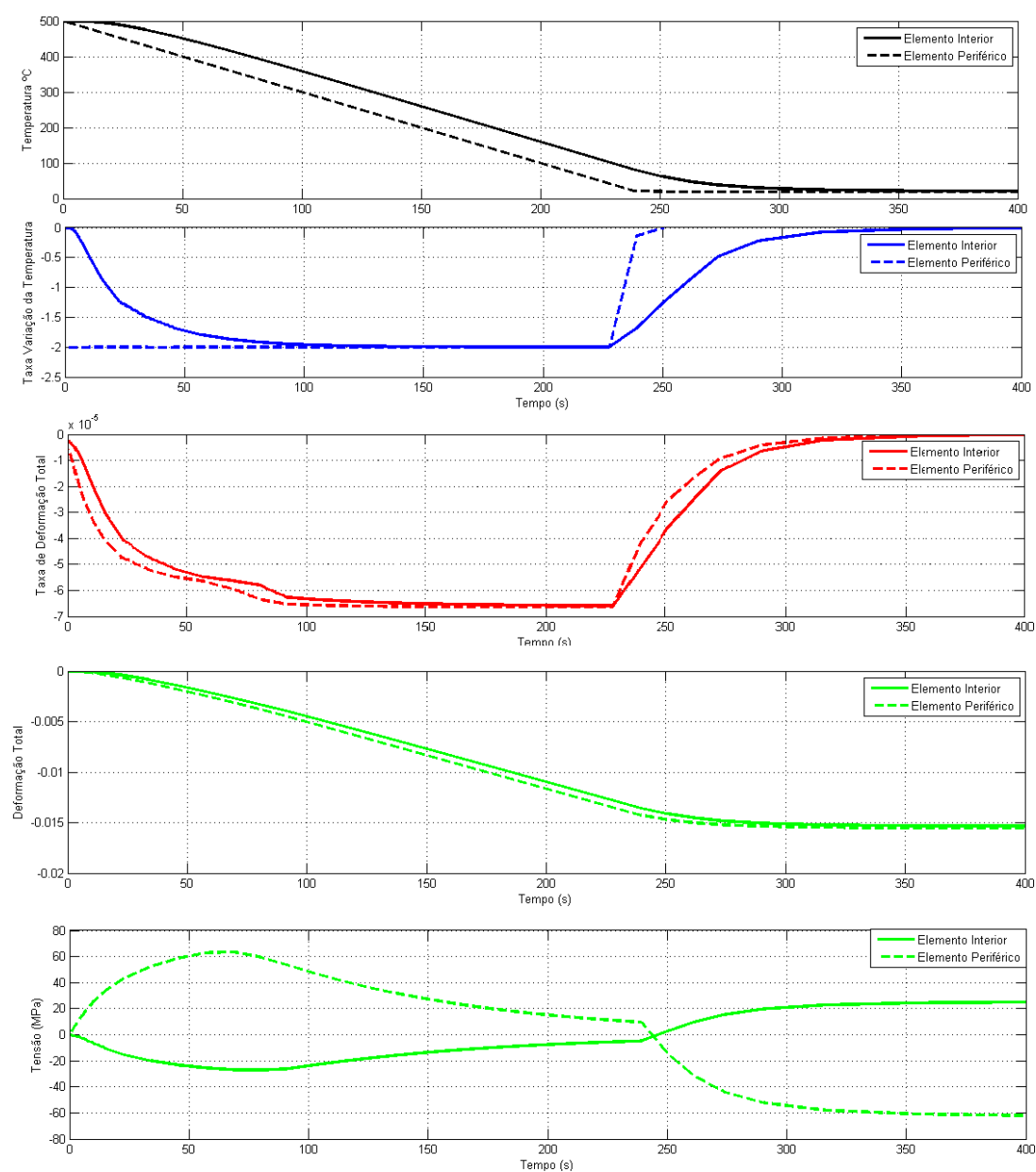


Figura 5.9: Relações entre temperatura, deformação e tensão no espaço temporal.

A deformação e temperatura num ensaio termomecânico estão relacionados entre si e na figura anterior destaca-se essas relações. Existe uma relação direta entre a temperatura e a deformação total, e, de modo análogo, também existe uma relação entre as taxas de variação da temperatura e taxas de deformação. Inicialmente, a taxa de deformação é elevada e à medida do decorrer do tempo a acentuação vai-se desvanecendo. No instante de tempo que corresponde à estabilização da condição de fronteira, quer a taxa de variação da temperatura quer a taxa de deformação total sofre uma variação brusca que se traduz na inversão dos níveis de tensão.

Capítulo 6

Análise às Condições de Fronteira Convectivas

Na modelação numérica de um processo termomecânico é necessário ponderar corretamente as suas condições de fronteira, sendo estas uma representação aproximada da realidade. No entanto, um acréscimo de maior representatividade da realidade requer maiores recursos computacionais. Consequentemente, é necessário estabelecer um compromisso entre o rigor da análise e o tempo/custo pretendido na computação.

Os coeficientes radiativos são uma fonte de não-linearidades e do aumento do tempo de cálculo. Num arrefecimento em meio líquido (h muito elevado) e com materiais não oxidados (baixa emissividade), os fenómenos radiativos têm pouca influência, pelo que são desprezados. Relativamente aos fenómenos convectivos, estes também têm uma natureza complexa. Consequentemente, a modelação de um arrefecimento necessita da compreensão e avaliação da importância relativa das propriedades do coeficiente de transferência de calor. No âmbito deste trabalho analisam-se duas propriedades: a temperatura e a orientação da superfície, a fim de perceber a sua influência.

Na modelação dos ensaios foi considerado a liga de alumínio 6111-T4, cujo o comportamento é representado pela curva de tensão-deformação presente na figura 5.1. Outros dados adicionais estão presente na tabela 5.1. Para modelar o material como elastoviscoplastico recorreu-se ao modelo viscoso dado pela equação 5.1 anteriormente descrita.

Os ensaios termomecânicos consistem no arrefecimento do material desde da temperatura de 500°C até aos 100°C. A geometria usada bem como a sua discretização e o tipo de elemento finito usado são os anteriormente utilizados. O arrefecimento que se pretende simular é realizado em água em ebulição (100°C) num tanque de elevadas dimensões, no qual é mergulhada a peça a 500°C. Nesta fase do trabalho, o objetivo é avaliar a importância das condições de fronteira, por isso efetuou-se vários ensaios. De seguida apresentam-se várias hipóteses para a modelação das condições de fronteira por ordem crescente de complexidade e o tempo de computação.

1. Uma hipótese de modelação da condição de fronteira é admitir que a temperatura na sua superfície varia linearmente entre a condição inicial e final do arrefecimento. Deste modo ignoram-se os efeitos convectivos que são fonte de não linearidades e do aumento do tempo de cálculo. No entanto, este tipo de modelação pode introduzir erros significativos, visto que despreza determinados mecanismos físicos. Este género de modelação pode ser uma aproximação que forneça resultados acei-

táveis dependendo da aplicação. A curva de arrefecimento impõe ao material uma taxa de arrefecimento de 1.67°C/s na sua fronteira. Após 240 segundos, a fronteira do material atinge os 100°C e permanece nesta temperatura durante mais 160 segundos.

2. Numa segunda hipótese modela-se a transferência de calor através de coeficientes médios independentes da orientação e da temperatura. Este género de modelação impõe o uso de um ciclo iterativo a fim de calcular a temperatura de superfície, aumentando assim o tempo de cálculo. O coeficiente convectivo é calculado através da média dos vários coeficientes convectivos existentes nas tabelas 6.1 e 6.2 para as diferentes temperaturas e orientações da superfície.
3. Numa terceira hipótese considera-se que o coeficiente convectivo varia em função da temperatura da superfície do material. Esta consideração dificulta a convergência do processo iterativo aumentando os tempos de computação. Nas tabelas 6.1 e 6.2 estão indicados vários coeficientes convectivos para diferentes temperaturas e orientações. Neste ensaio considerou-se a média entre as diferentes orientações para cada uma das temperaturas.
4. Numa quarta hipótese considera-se que o coeficiente convectivo varia em função da orientação da superfície. Neste tipo de aproximação não são acrescentados custos computacionais quando comparado com a segunda hipótese, mas o pré-processamento necessita da introdução de mais informação. Para cada orientação, o coeficiente convectivo considerado resulta da sua média para as diferentes temperaturas de acordo com as tabelas 6.1 e 6.2. O cálculo deste valor consiste no quociente entre a integração numérica dos pontos de cada orientação (área) e diferença de temperaturas. Este tipo de raciocínio também foi efetuado durante o cálculo do valor médio na segunda hipótese.
5. Numa última hipótese considera-se que o coeficiente convectivo varia em função da temperatura e da orientação, combinando a terceira e quarta fase. Os coeficientes convectivos considerados foram os presentes nas tabelas 6.1 e 6.2.

Tabela 6.1: Coeficientes convectivos para as orientações de 0° , 45° , e 90° (ângulo medido com a vertical) em água em ebulição a 100°C [18].

| $\alpha = 0^{\circ}$ | | $\alpha = 45^{\circ}$ | | $\alpha = 90^{\circ}$ | |
|-----------------------|---------------------------------------|-----------------------|---------------------------------------|-----------------------|---------------------------------------|
| $T(^{\circ}\text{C})$ | $h(\text{KW}/(\text{m}^2 \text{ K}))$ | $T(^{\circ}\text{C})$ | $h(\text{KW}/(\text{m}^2 \text{ K}))$ | $T(^{\circ}\text{C})$ | $h(\text{KW}/(\text{m}^2 \text{ K}))$ |
| 97 | 0.720 | 100 | 0.826 | 111 | 0.807 |
| 102 | 14.771 | 108 | 10.083 | 119 | 8.183 |
| 115 | 14.771 | 145 | 10.101 | 147 | 8.459 |
| 128 | 13.853 | 249 | 6.725 | 240 | 6.239 |
| 162 | 6.972 | 310 | 3.835 | 289 | 3.945 |
| 213 | 2.477 | 407 | 0.817 | 396 | 3.468 |
| 297 | 1.300 | 509 | 0.092 | 413 | 0.202 |
| 526 | 0.800 | | | 518 | 0.147 |

Tabela 6.2: Coeficientes convectivos para as orientações de 135° e 270° (ângulo medido com a vertical) em água em ebulição a 100°C [18].

| $\alpha=135^\circ$ | | $\alpha=270^\circ$ | |
|-----------------------|-------------------------------------|-----------------------|-------------------------------------|
| $T(^{\circ}\text{C})$ | $h(\text{KW}/(\text{m}^2\text{K}))$ | $T(^{\circ}\text{C})$ | $h(\text{KW}/(\text{m}^2\text{K}))$ |
| 94 | 0.514 | 94 | 1.550 |
| 117 | 10.193 | 117 | 7.028 |
| 151 | 8.358 | 151 | 7.028 |
| 180 | 6.569 | 180 | 3.468 |
| 297 | 3.697 | 297 | 0.954 |
| 386 | 1.486 | 386 | 0.165 |
| 467 | 0.807 | | |

Na simulação das três primeiras hipóteses, as condições do ensaio permitem estabelecer dois planos de simetria, conseqüentemente considera-se um quarto da geometria adotada. A sua discretização está representada na figura 6.1 a), contendo 1088 nós e 1036 elementos e o elemento finito considerado é o CPE4T [27]. Quanto à simulação das duas últimas hipóteses, as condições do ensaio permitem estabelecer um único plano de simetria, considerando-se metade da geometria adotada. A sua discretização está representada na figura 6.1 b), contendo 931 nós e 875 elementos CPE4T.

Na figura 6.1 encontram-se numerados os elementos nos quais foram avaliadas os resultados considerados relevantes (tensões, deformações, temperaturas) em ambas as discretizações.

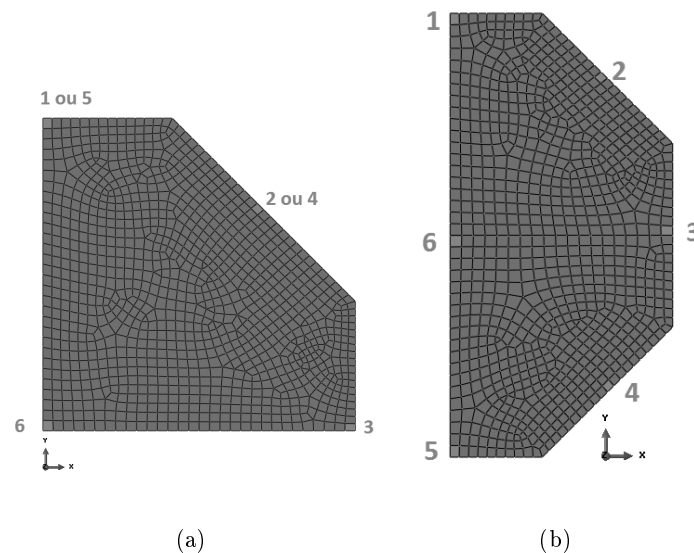


Figura 6.1: Numeração dos elementos de referência para avaliação das condições de fronteira. Discretizações da geometria consideradas.

Da figura 6.2 à figura 6.7 estão presentes as temperaturas, as deformações e as tensões dos elementos de referência ao longo do processo. No entanto, é importante referir que

quer os níveis de tensão quer os níveis de deformação estão avaliados na direção x, para que se possa avaliar o tipo de tensão (compressão/tração).

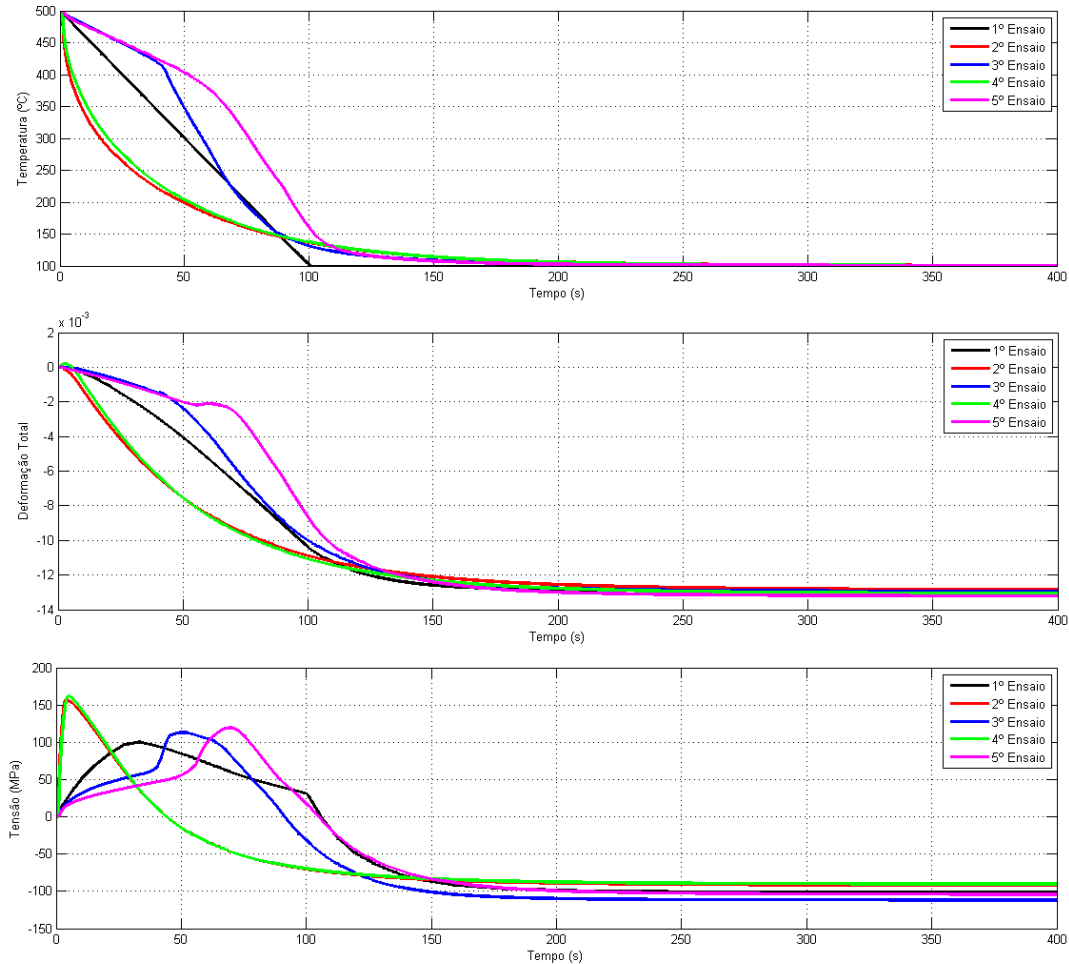


Figura 6.2: Evolução temporal das curvas de temperatura, deformação e tensão no elemento 1.

Os resultados do primeiro ensaio quando comparado com o quinto ensaio, cujas as condições de fronteira são mais realistas, permitem estimar as deformações e os níveis de tensões no corpo através de uma rápida simulação, visto que o primeiro ensaio admite condições de fronteira que simplificam todo o cálculo. A rapidez desta condição de fronteira aliada aos resultados razoáveis torna este género de modelação da condição fronteira atrativa.

Na figura 6.2, o segundo e quarto ensaios foram realizados considerando que o coeficiente convectivo não varia com a temperatura. Contudo, este tem uma forte dependência com a temperatura e a 500°C, os coeficientes convectivos são mais baixos que a menores temperaturas. Porém ao ser considerado um coeficiente convectivo médio que é substancialmente maior que o coeficiente convectivo a temperaturas mais elevadas resulta num arrefecimento demasiado rápido no início do mesmo, antecipando e agravado o pico de tensão (ver figura 6.2).

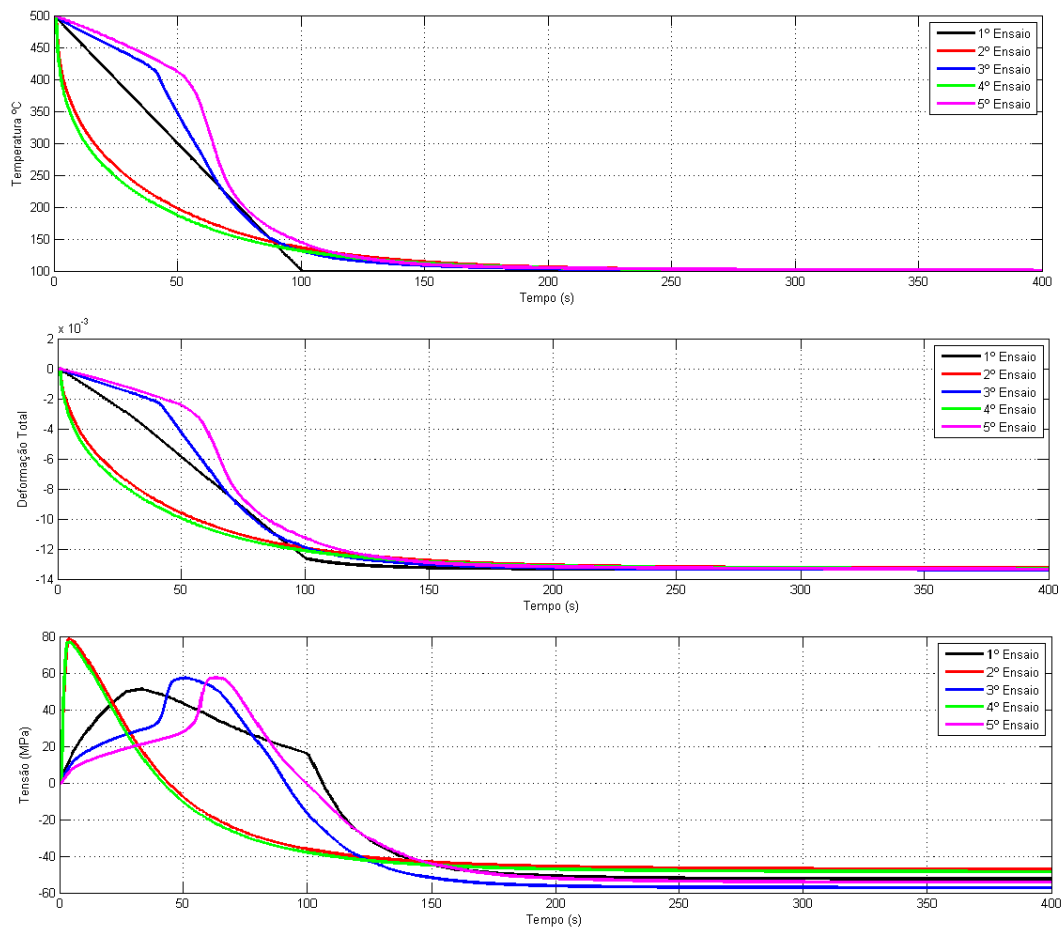


Figura 6.3: Evolução temporal das curvas de temperatura, deformação e tensão no elemento 2.

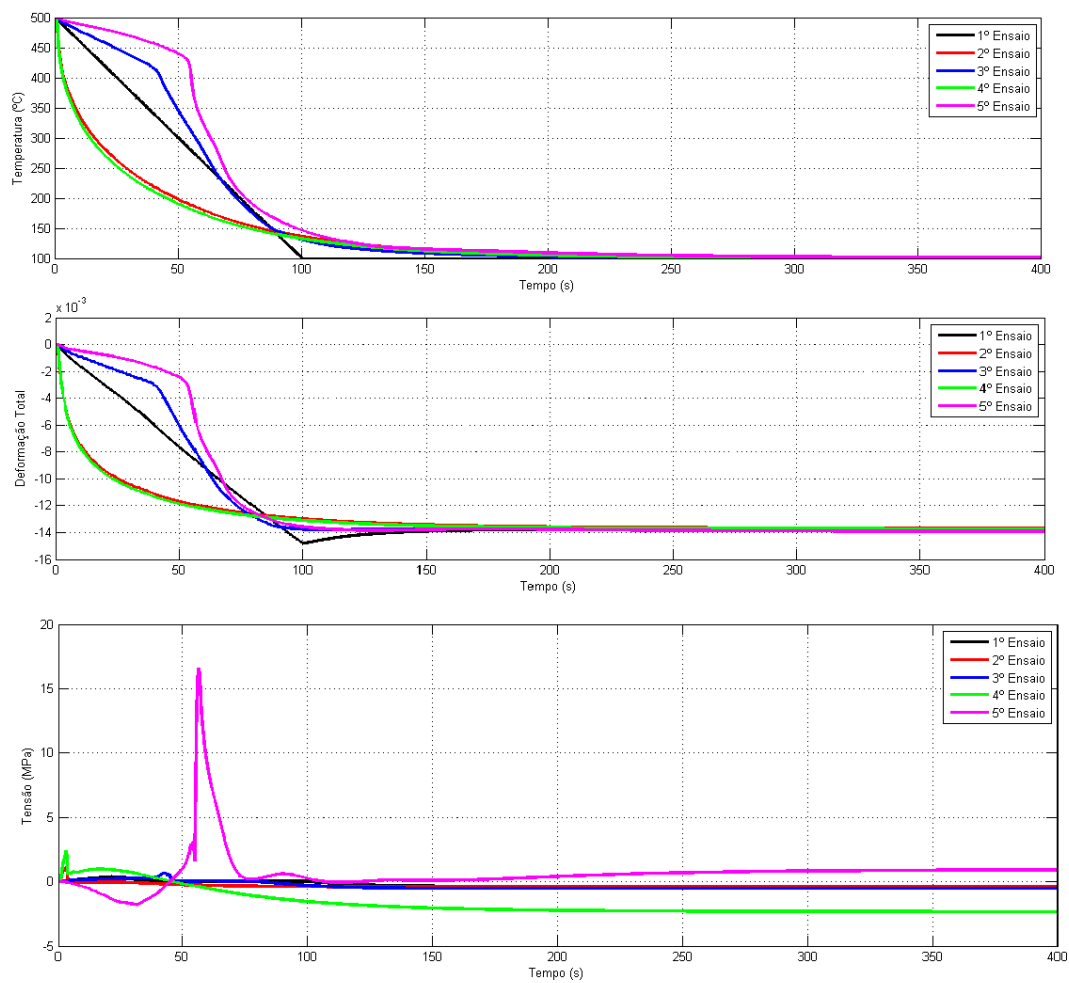


Figura 6.4: Evolução temporal das curvas de temperatura, deformação e tensão no elemento 3.

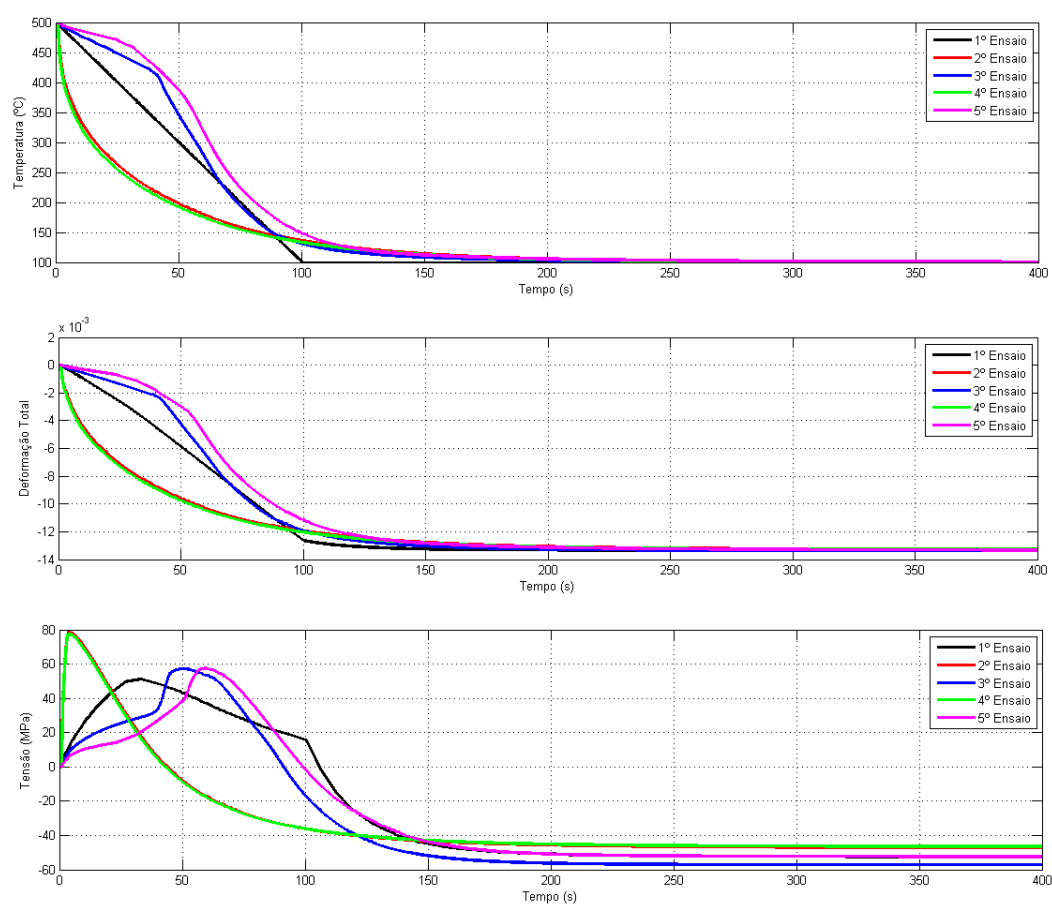


Figura 6.5: Evolução temporal das curvas de temperatura, deformação e tensão no elemento 4.

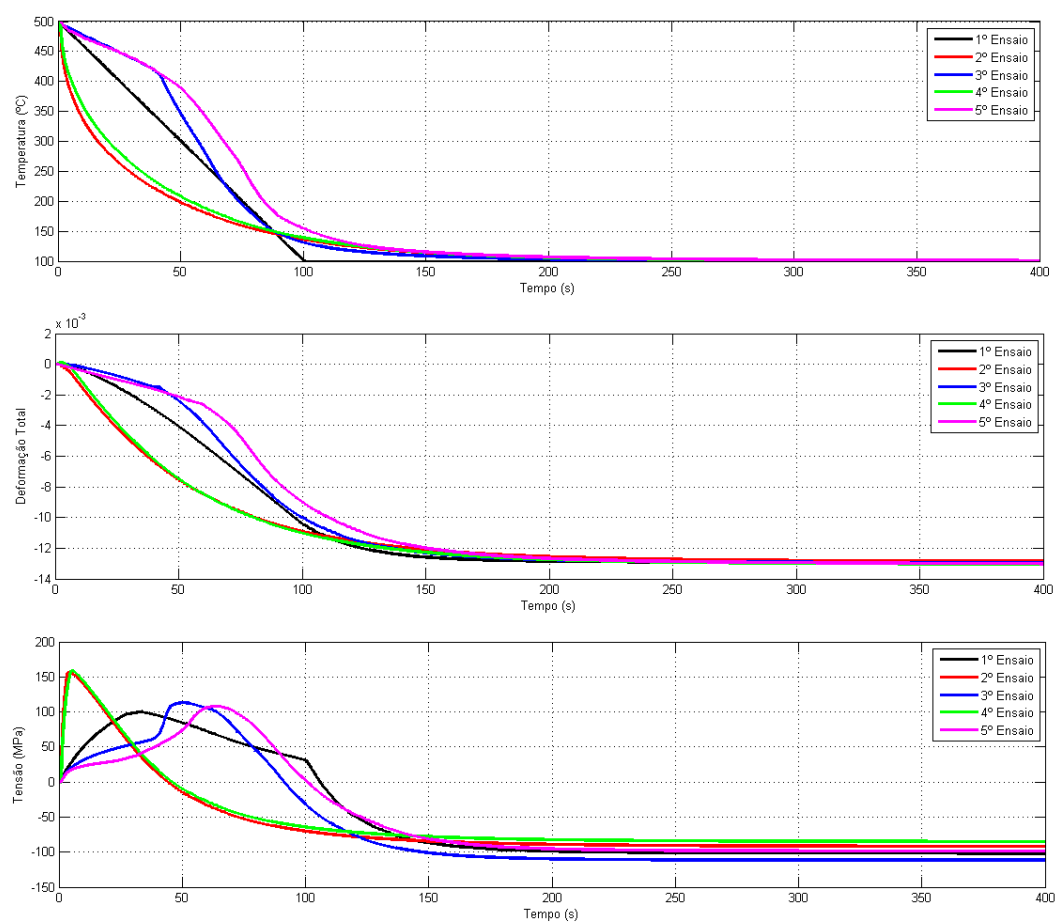


Figura 6.6: Evolução temporal das curvas de temperatura, deformação e tensão no elemento 5.

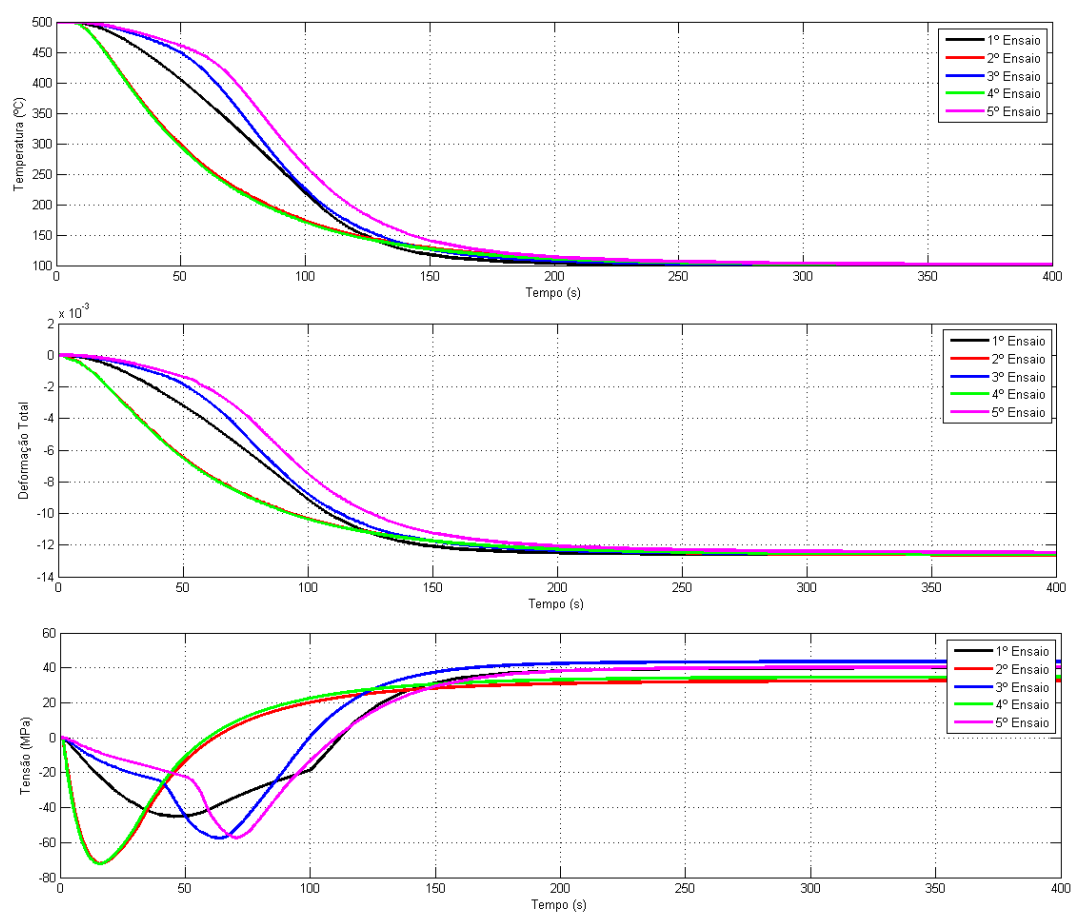


Figura 6.7: Evolução temporal das curvas de temperatura, deformação e tensão no elemento 6.

Na figura 6.4 existe um pico de tensão que tem maior destaque no quinto ensaio que admite que a convecção varia com a geometria e a temperatura. Este pico de tensão deve-se a uma variação de temperatura muito acentuada que por sua vez resulta em níveis de deformação intensos que por fim leva a um pico de tensão. No terceiro ensaio considera-se que o coeficiente convectivo varia com a temperatura e despreza-se a sua variação com a geometria e o efeito do pico de tensão foi atenuado, bem como o pico de tensão resultante do segundo e quarto ensaio.

No segundo ensaio introduz-se os fenómenos convectivos que aumentam significativamente o tempo de cálculo. Todavia para este exemplo em particular, não existe melhoria dos resultados. Num processo de comparação entre os resultados do segundo e quinto ensaio é visível que os resultados deste ensaio afastam-se do modelo de maior rigor. Consequentemente, não é atrativo modelar efeitos convectivos com mudança de fase de acordo com a segunda hipótese. Não obstante, caso se tratasse de um arrefecimento ao ar livre os resultados teriam maior rigor, visto que o arrefecimento ao ar livre apresenta um comportamento aproximadamente linear.

Numa análise conjunta entre o terceiro e quarto ensaio é visível a influência dos resultados de cada uma das condições de fronteira. Após um processo de comparação, os resultados indicam que o terceiro ensaio se aproxima mais do ensaio referência, enquanto o quarto ensaio se afasta mais do caso de referência. Concluindo-se que a orientação é menos relevante que a temperatura da superfície.

Em suma a importância de considerar a variação do coeficiente convectivo com a geometria não traz grandes melhorias nos resultados. Todavia, a consideração que o coeficiente de convecção varia com a temperatura traz melhorias significativas.

Capítulo 7

Análise da influência da malha e do incremento temporal

As simulações numéricas fornecem soluções aproximadas de problemas de natureza complexa, cujas soluções analíticas são impraticáveis. No entanto, nas simulações numéricas é necessário definir alguns parâmetros numéricos que influenciam o campo de resultados.

Portanto, efetua-se um estudo sobre alguns parâmetros numéricos que são comumente utilizados. O primeiro é o tipo de elemento, o segundo é a dimensão do elemento e o terceiro é o incremento temporal. Neste primeiro e segundo parâmetros numéricos usou-se o modelo de material elasto-viscoplástico com convecção. Relativamente às condições de fronteira, estas são modeladas em função da temperatura e da orientação da superfície (quinto ensaio do capítulo anterior).

Quanto ao terceiro parâmetro, este será avaliado com um modelo de material elasto-viscoplástico com a temperatura prescrita na sua fronteira. Esta diferença deve-se ao facto da convecção a variar com a temperatura e orientação ser exigente e, consequentemente, exigir incrementos temporais reduzidos, impossibilitando a sua análise.

Na modelação do material foi considerado a liga de alumínio 6111-T4, cujo o comportamento é representado pela curva de tensão-deformação presente na figura 5.1 e pela equação 5.1. Outros dados adicionais estão presente na tabela 5.1.

7.1 Tipo de elemento finito

O tipo de elemento finito usado durante a simulação pode afetar o campo de resultados, obrigando à necessidade de compreender essa influência. Então realizou-se dois ensaios, um dos ensaios com elemento quadrangulares e outro com elementos triangulares. O termo de comparação entre os dois ensaios é o número de elementos na fronteira constante. No ensaio com elementos quadrangulares, a sua discretização tem 931 nós e 875 elementos lineares do tipo CPE4T [27]. A discretização da geometria adotada pode ser visualizada na figura 7.1 a) conjuntamente com o campo de resultados. No ensaio com elementos triangulares, a sua discretização tem 907 nós e 1694 elementos lineares do tipo CPE3T [27]. A discretização da geometria adotada pode ser visualizada na figura 7.1 b) conjuntamente com o campo de resultados.

Na figura 7.1 estão representados os dois ensaios anteriormente referenciados. Do lado esquerdo (a) está o ensaio efetuado com elementos quadrangulares e do lado direito

com elementos triangulares (b). Os campos de deformações viscosas dos dois ensaios estão representados na mesma escala de cores, facilitando a análise e comparação entre as duas simulações. As diferenças entre os dois ensaios são pouco relevantes, mas numa análise mais cuidada é perceptível algumas diferenças no campo de resultados.

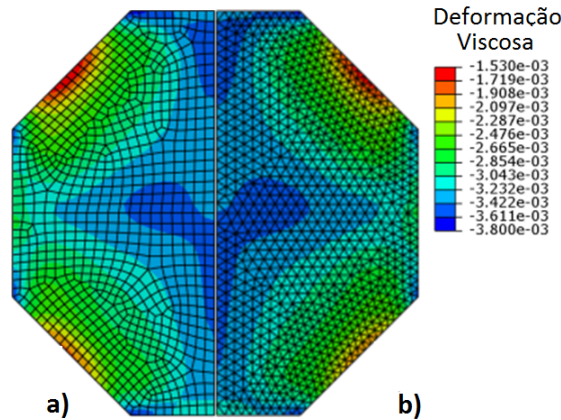


Figura 7.1: Esquema do campo de deformações viscosas obtido através de elementos quadrangulares e triangulares.

O tipo de elemento finito tem uma influência reduzida no campo de resultados pelo que nesta situação é pouco relevante sobre qual recai a escolha.

7.2 Dimensão do elemento

A dimensão do elemento influencia o campo de resultados, visto que uma dimensão inapropriada do elemento pode levar à propagação de incertezas nos resultados. Os elementos pequenos podem levar a tempos de computação elevados, por sua vez, elementos grandes levam a deformações excessivas.

Na figura 7.2 encontram-se representados dois ensaios idênticos, variando apenas a dimensão do elemento, e consequentemente o seu número.

Relativamente à discretização da geometria adotada (octógono regular de 8 cm de lado), a figura do lado esquerdo mostra os elementos quadrangulares de maior dimensão. Esta contém 197 elementos CPE4T e 226 nós. A figura do lado direito é referente a elementos quadrangulares de menor dimensão, contendo 875 elementos CPE4T e 931 nós.

Na visualização dos resultados apresentados na figura 7.2 é apresentado um mapa de cores a partir do qual é possível extrair valores para todos os pontos da geometria. Todavia, os resultados são calculados nos pontos de integração, ou seja, num número finito de pontos. Os valores para o outro número infinito número de pontos são resultantes de interpolações. O campo de temperaturas numa peça depende da lei de Fourier, que nos traduz que para um dado fluxo de calor, o gradiente de temperaturas varia linearmente. Assim é possível compreender a razão pela qual o campo de temperaturas nos diferentes campos de resultado tem um grau de similaridade elevado, apesar na elevada diferença no número de elementos.

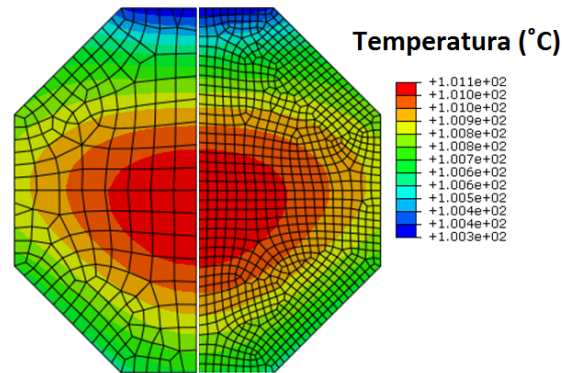


Figura 7.2: Esquema de temperaturas no instante final do arrefecimento

Contudo, caso se analisasse um parâmetro que não varie linearmente, as diferenças entre os ensaios anteriormente referidos, seriam evidentes. Na figura 7.3 é notório as diferenças entre os dois ensaios. O campo de deformações viscosas depende de inúmeras grandezas e variam de forma não linear. Consequentemente, é necessário um elevado número de pontos de integração a fim de traduzir com maior rigor.

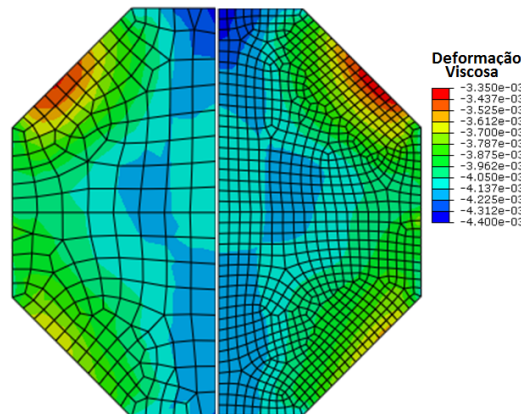


Figura 7.3: Esquema de deformações viscosas no final do arrefecimento.

A influência da dimensão do elemento é visível no campo de resultados, mas as diferenças são pouco relevantes pelo que a variação da sua dimensão influencia pouco o campo de resultados.

7.3 Incremento Temporal

Numa simulação numérica em regime transiente, os resultados dependem do tempo. Todavia, a relação de uma dada variável com o tempo não é dada por uma função contínua, mas por um conjunto de pontos. A relação de proximidade ou afastamento dos conjuntos dos pontos é dado pelo incremento temporal que indicamos na fase de

pré-processamento.

No código utilizado é dado ao utilizador a possibilidade de escolher um incremento fixo para toda simulação, ou deixar o incremento temporal de forma automática. O incremento fixo é dado pelo menor incremento necessário em toda a simulação. No âmbito deste trabalho, as simulações efetuadas têm períodos de não linearidade (viscoplasticidade) e períodos de linearidade (elasticidade), consequentemente, os períodos de não-linearidade requerem incrementos temporais mais reduzidos. Contudo, nos períodos lineares podem ser usados incrementos de maior dimensão. O incremento automático tenta solucionar esta questão, por isso é importante avaliar o comportamento e a influência de cada um dos incrementos no campo de resultados.

A discretização da geometria adotada (octógono regular de 8 cm de lado) está representada na figura 6.1 b) anteriormente descrita.

Na figura 7.4 está presente a evolução da temperatura ao longo do tempo para um ensaio com temperatura prescrita na sua fronteira para um elemento central do octógono. As condições do arrefecimento são análogas ao primeiro ensaio do capítulo anterior.

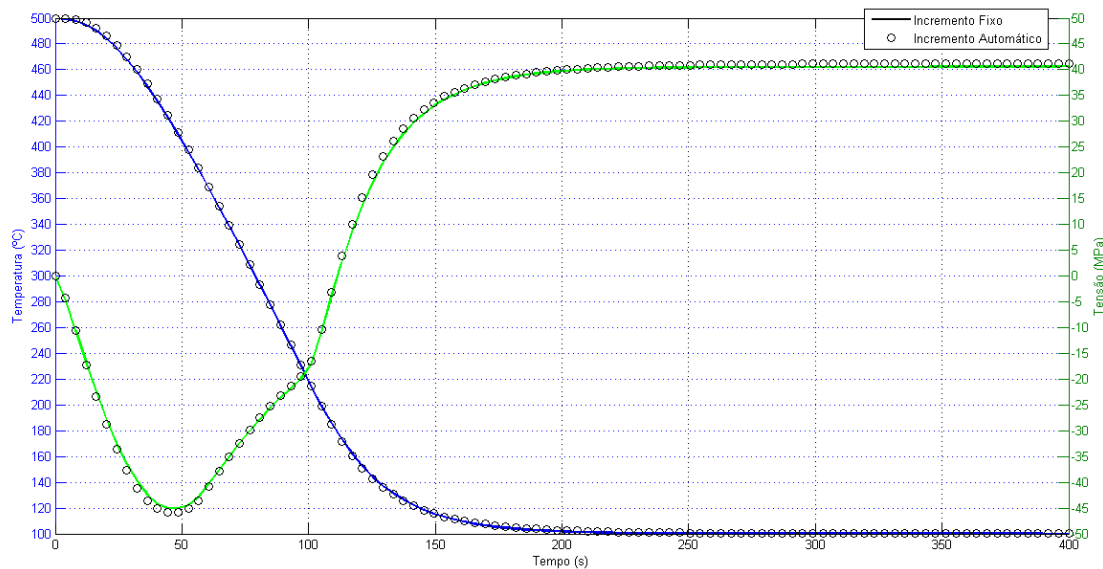


Figura 7.4: Variação da temperatura e tensão em função do tempo para o incremento fixo e automático.

Na figura 7.4 encontra-se representado a variação temporal da tensão e da temperatura para os diferentes incrementos de tempo. O incremento fixo é de 5 segundos num tempo de ensaio de 400 segundos. Quanto ao incremento automático, indica-se um valor inicial de 5 segundos e um máximo de 20 segundos num tempo total de ensaio de 400 segundos. Analisando as curvas é visível que estas se sobrepõem-se. Porém, o incremento automático necessita de menos incrementos, visto que usa um incremento de tempo mais reduzido nas zonas de não linearidade e um incremento de tempo maior em zonas mais suaves. Relativamente ao incremento fixo, este tem de ser sempre reduzido sob pena de a solução não convergir nas zonas de não linearidade, resultando em maiores tempos de cálculo.

O incremento fixo é menos eficiente que o incremento automático, por conseguinte, este é usado nos restantes ensaios pela sua adaptatividade e menores tempo de cálculo.

Capítulo 8

Resultados dos modelos de Norton e Shewmon

Na terceira parte deste trabalho foram usados os recursos e os modelos constitutivos já implementados no programa. Todavia, deste modo não existe controlo sob as operações que o programa realiza, nem como as realiza. Consequentemente, optou-se por se implementar um modelo constitutivo mais adequado à modelação dos tratamentos térmicos. Então implementou-se dois modelos: o modelo de Norton e modelo Shewmon. O modelo de Norton foi implementado devido à sua simplicidade e serviu como iniciação ao processo de implementação de modelos constitutivos viscosos em elementos finitos. Relativamente ao modelo Shewmon, este é o modelo que se considera mais adequado à modelação do comportamento termomecânico durante um tratamento térmico, visto que modela efeitos cinemáticos, isotrópicos e de crescimento de grão.

8.1 Ensaios de Validação das UMAT's

A validação dos modelos implementados é vital. Para modelos de material particularmente complexos implementados em subrotinas do utilizador (UMAT) é de extrema importância efetuar testes de controlo de tensão e deformação. Os testes consistem no tracionamento de um único elemento de dimensão unitária para que seja possível perceber o comportamento mecânico da subrotina, a fim de avaliar o rigor dos resultados e assim verificar a implementação efetuada. As condições de fronteira que atuam no elemento representado na figura 8.1 são (i) face posterior esquerda restringida segundo o eixo x , (ii) face posterior direita restringida segundo z e (iii) face inferior restringida segundo y . Quanto ao carregamento, este consiste num deslocamento prescrito na face superior do elemento.

De seguida procede-se à apresentação dos resultados dos ensaios de validação do modelo de Norton e do modelo de Shewmon.

8.1.1 Modelo de Norton

O primeiro ensaio de validação do modelo consiste num ensaio de tração no qual o material se deforma até 20%. As propriedades do material encontram descritas na tabela 8.1. Os resultados são apresentados de forma gráfica, representando as tensões equivalentes de Von Mises em função da deformação total. Quanto às tensões de Von Mises,

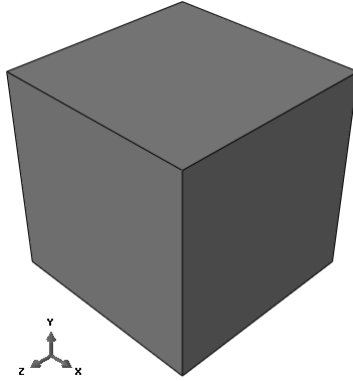


Figura 8.1: Representação do elemento sujeito ao ensaio de tração, bem como a representação dos eixos cartesianos.

Tabela 8.1: Propriedades consideradas na subrotina no modelo de Norton de acordo formulação adotada.

| | |
|--|---------|
| Módulo de Young (E) | 70 GPa |
| Coefficiente de Poison (ν) | 0.4 |
| Tensão de cedência (σ_y) | 200 MPa |
| Coefficiente de encruamento isotrópico (B) | 20 |
| Coefficiente de encruamento isotrópico (Q) | 200 MPa |
| Propriedade do modelo de Norton (N) | 200 MPa |
| Propriedade do modelo de Norton (n_1) | 3 |

encontram-se representadas as tensões tentativa e as tensões efetivas (corrigidas) como se pode visualizar na figura 8.2.

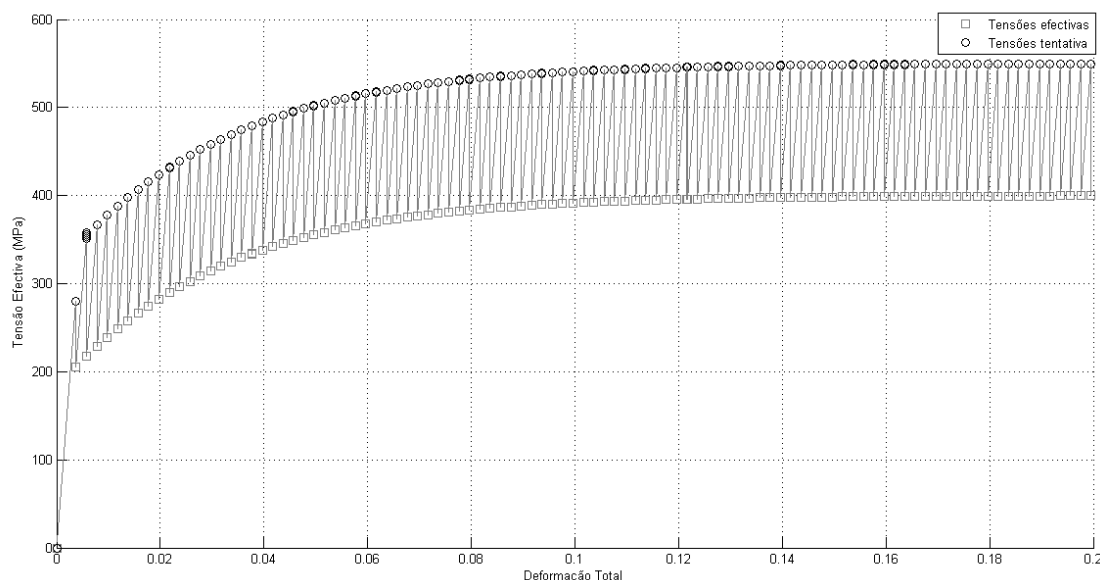


Figura 8.2: Representação das tensões de Von Mises tentativa e efetivas em função da deformação total com o modelo viscoplástico de Norton para um ensaio de tração.

A análise da figura 8.2 indica que a subrotina está a operar corretamente, desde as correção dos níveis de tensão até às deformações obtidas. Contudo, para testar a condição de cedência do material de forma mais exigente procede-se a um novo ensaio que analogamente ao anterior consiste em tracionar e comprimir o material em 20 e -20% de deformação, respetivamente. Os resultados são apresentados de forma gráfica no qual é representado as tensões segundo y ($\sigma_{yy} = S22$) e as deformações totais segundo o mesmo eixo ($\epsilon_{yy} = E22$), como se pode visualizar na figura 8.3.

A figura 8.3 reforça a consistência da subrotina e da sua condição de cedência mostrando claramente a expansão isentrópica da superfície de cedência e, consequentemente, um grande regime elástico no ensaio de compressão.

Neste último ensaio pretende-se verificar se o modelo apresenta um comportamento viscoplástico, ou seja, se é dependente do tempo. Neste ensaio realiza-se várias simulações a fim de possibilitar a comparação entre elas e assim compreender a influência da variável tempo. Os resultados representados na figura 8.4 foram obtidos para diferentes tempos para que a diferença fosse perfeitamente visível.

No gráfico em análise fica evidente a dependência deste modelo com o tempo. Esta dependência traduz o facto de o encruamento necessitar de tempo para ocorrer.

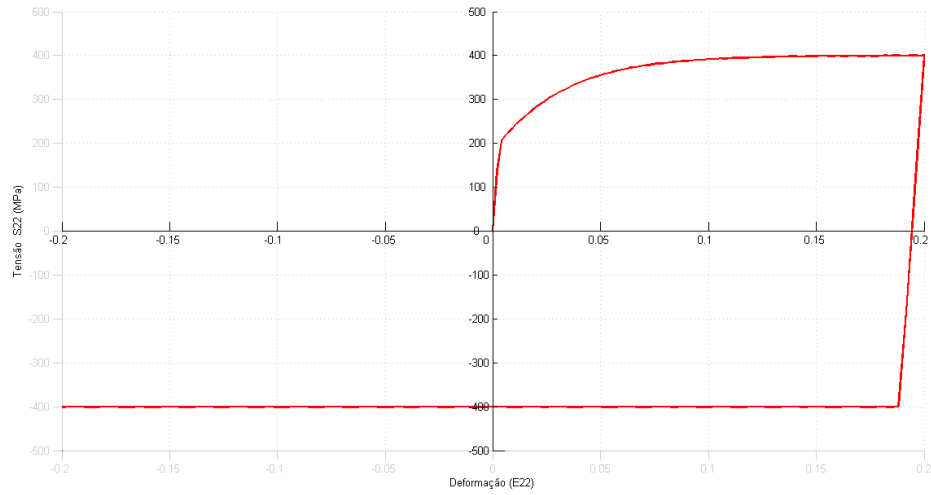


Figura 8.3: Representação de σ_{yy} em função ϵ_{yy} num ensaio de tração seguido de compressão de acordo com o modelo de Norton.

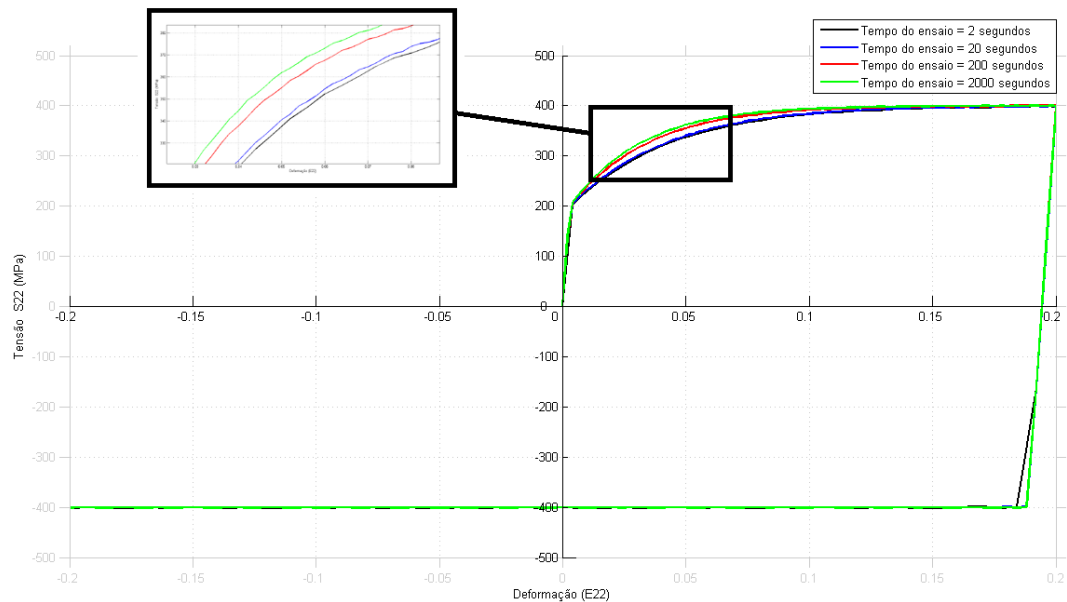


Figura 8.4: Comparação entre os ensaios de tração-compressão com diferentes tempos de processo e o seu efeito sobre a curva de tensão deformação com o modelo de Norton.

8.1.2 Modelo de Shewmon

Neste modelo os resultados são idênticos aos anteriores, visto que se trata de um modelo viscoplástico. As propriedades do material consideradas encontram-se devidamente descritas na tabela 8.2. Relativamente ao primeiro ensaio de validação, este consiste num

Tabela 8.2: Propriedades consideradas na subrotina do modelo de Shewmon no ensaio de validação.

| | |
|--|--|
| Módulo de Young (E) | 70 GPa |
| Coefficiente de Poisson (ν) | 0.4 |
| Tensão de cedência (σ_y) | 200 MPa |
| Coefficiente de encruamento isotrópico (B) | 40 |
| Coefficiente de encruamento isotrópico (Q) | 200 MPa |
| Coefficiente de encruamento cinemático (c) | 980 MPa |
| Coefficiente de encruamento cinemático (γ) | 2.2 |
| Propriedade do modelo de Shewmon (u) | 1.06 |
| Propriedade do modelo de Shewmon (α) | 4.4E-4 |
| Propriedade do modelo de Shewmon (β) | 0.0919 |
| Propriedade do crescimento de grão dinâmico (β_1) | 9.6E-12 |
| Propriedade do crescimento de grão estático (α_1) | 1.2E-12 ($T = 850^\circ\text{C}$) 0.0 ($T = 100^\circ\text{C}$) |
| Coefficiente de expansão térmica (β_L) | 1.7E-5 |
| Densidade (ρ) | 3000 kg/m ³ |
| Capacidade calorífica (C_p) | 600 KJ/kg |
| Condutividade térmica (K) | 38 W/K m |

ensaio de tração até 20% de deformação. Os resultados são apresentados sob a forma de tensões de Von Mises em função da deformação total.

Após uma cuidada análise da figura 8.5, tudo indica que a subrotina esteja a operar corretamente, desde das correção dos níveis de tensão até às deformações obtidas. Contudo, esta necessita de incrementos de deformação menores devido à sua maior complexidade.

Para testar a condição de cedência do material de forma mais exigente, bem como a sua dependência temporal (viscoplasticidade) procede-se a outro ensaio. Neste traciona-se e comprime-se o material até 20% e -20%, respetivamente. Os resultados podem ser vistos na figura 8.6. Nesta figura pretende-se analisar o comportamento da condição de cedência bem como a sua dependência temporal. A condição de cedência mostra-se consistente quando existe a inversão do sentido de carga e os efeitos cinemáticos e isotrópicos são visíveis. O efeito cinemático corrige a expansão exagerada da superfície de cedência do material e torna o modelo de material apto para grandes deformações com inversão do sentido de carga, apesar de não ser particularmente importante para a simulação de tratamentos térmicos. Não obstante, torna o modelo mais robusto e rigoroso.

A dependência temporal deste modelo é evidente na figura em análise. Analogamente ao modelo anterior, as menores velocidades de deformação resultam em maiores níveis de tensão para a mesma deformação. Contrariamente à modelo de Norton, os níveis de

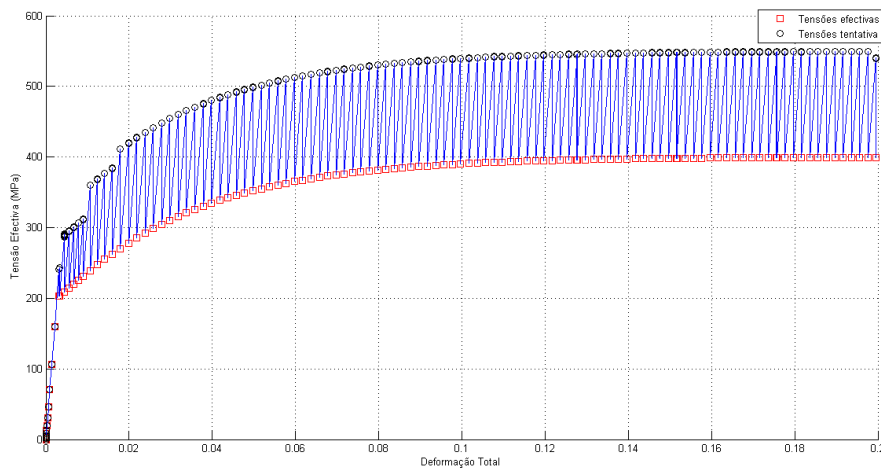


Figura 8.5: Representação das tensões de Von Mises tentativa e efetiva em função da deformação total de acordo com o modelo de Shewmon.

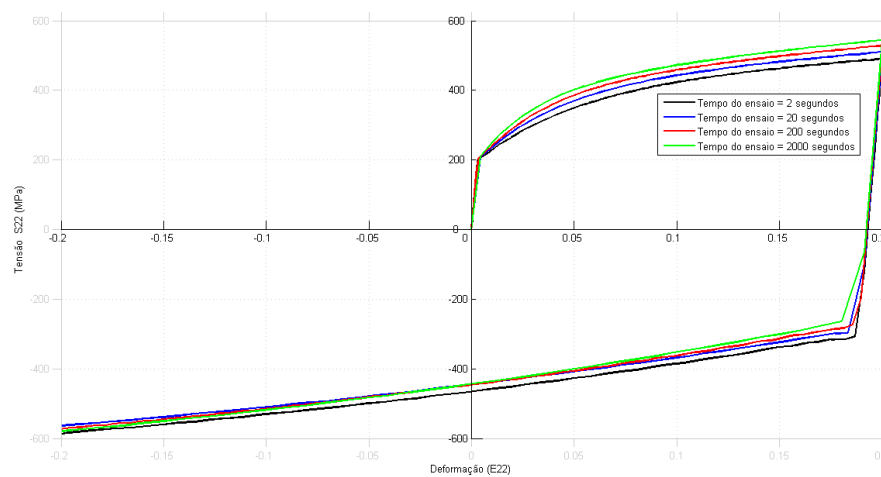


Figura 8.6: Comparação entre os ensaios de tração-compressão com diferentes tempos de processo e o seu efeito sobre a curva de tensão deformação com o modelo de Shewmon.

tensão não entram em estagnação, visto que a componente cinemática não-linear leva a um aumento consecutivo dos níveis de tensão à medida que o material sofre o processo de deformação viscoplástica.

As variáveis que estão representadas na figura 8.7 são a tensão (S_{22}), o encruamento cinemático (X_{22}) e a deformação total (E_{22}) segundo a direção de carregamento (y). Na figura em análise, os dados presentes sob a forma gráfica são relativos a um ensaio de tração seguido de compressão. Neste ensaio identificam-se diferentes regimes (viscoplástico e elástico) ao longo das curvas. O ensaio de tração está presente desde do ponto um até ao ponto três sendo que do ponto um ao ponto dois está presente um regime elástico e do ponto dois ao três um regime viscoplástico. Relativamente ao ensaio de compressão, este está presente desde do ponto três até ao ponto cinco sendo que do ponto três ao ponto quatro está presente um regime elástico e do ponto quatro ao cinco o regime viscoplástico. No encruamento cinemático é perceptível a sua não linearidade, porque este problema é modelado com encruamento cinemático não-linear. Caso o encruamento cinemático fosse linear a curva entre o ponto dois e três e a curva entre o ponto quatro e cinco seriam lineares, o que não se verifica.

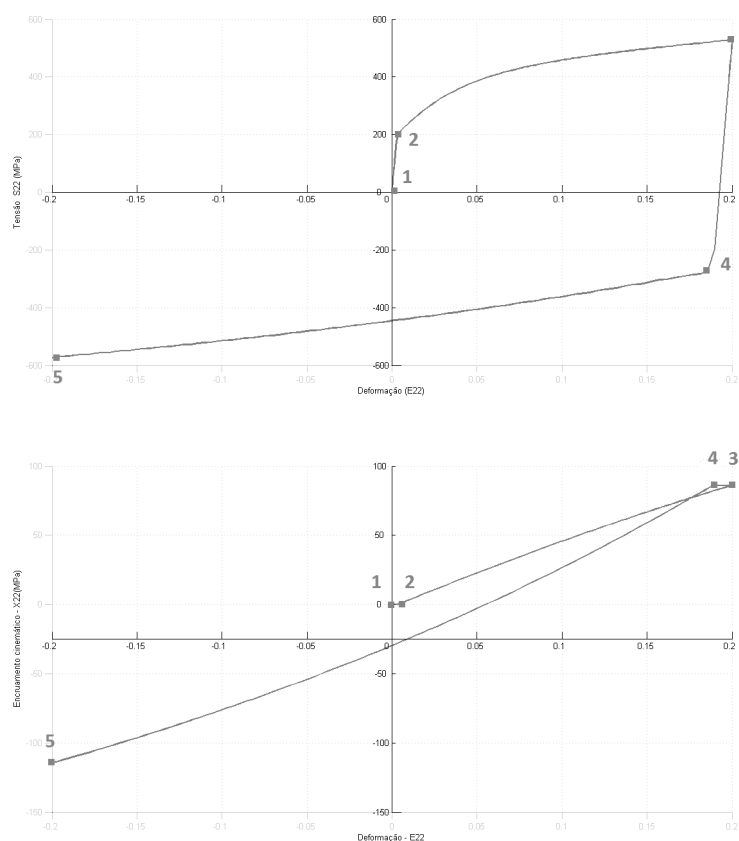


Figura 8.7: Evolução do encruamento cinemático ao longo da deformação na direção do carregamento.

Um ponto forte do modelo de Shewmon é caracterizar o crescimento de grão em termos médios, permitindo perceber a evolução típica do tamanho de grão ao longo do

tempo. Portanto, procedeu-se a um novo ensaio análogo aos anteriores a fim de avaliar o funcionamento da subrotina no cálculo desta propriedade. Neste ensaio será efetuado um arrefecimento desde 500°C até aos 100°C considerando como condição de fronteira a ocorrência de convecção em função da temperatura em todas as fases do elemento de acordo com as tabelas 6.1 e 6.2. A figura 8.8 traduz a evolução do tamanho de grão ao longo do tempo. Nesta figura verifica-se que o tamanho de grão evolui assintoticamente, visto que a alteração do tamanho de grão só ocorre a altas temperaturas ou em processos de deformação viscoplástica. Neste caso trata-se de um arrefecimento e quando este arrefece deixa de existir condições para a alteração do tamanho de grão, justificando assim o seu comportamento assintótico.

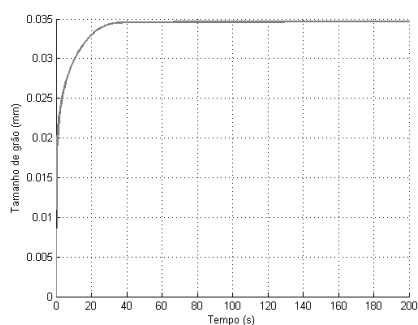


Figura 8.8: Curva de evolução do tamanho de grão num arrefecimento homogêneo do elemento.

8.2 Ensaio de têmpera de uma engrenagem utilizando o modelo de Shewmon.

Nesta fase do trabalho pretende-se aplicar o código desenvolvido e validado anteriormente numa simulação termomecânica de um componente de cariz industrial. O componente escolhido é uma engrenagem devido à sua geometria complexa e à necessidade de a tratar termicamente. Na figura 8.9 está representado a geometria escolhida e a sua discretização em 11496 nós e 8600 elementos do tipo C3D8T [27]. No processo de discretização foi ignorado todos os raios de concordância e todas as involutas dos dentes das engrenagens com o objetivo de possibilitar a sua discretização em hexaedros. As condições de fronteira

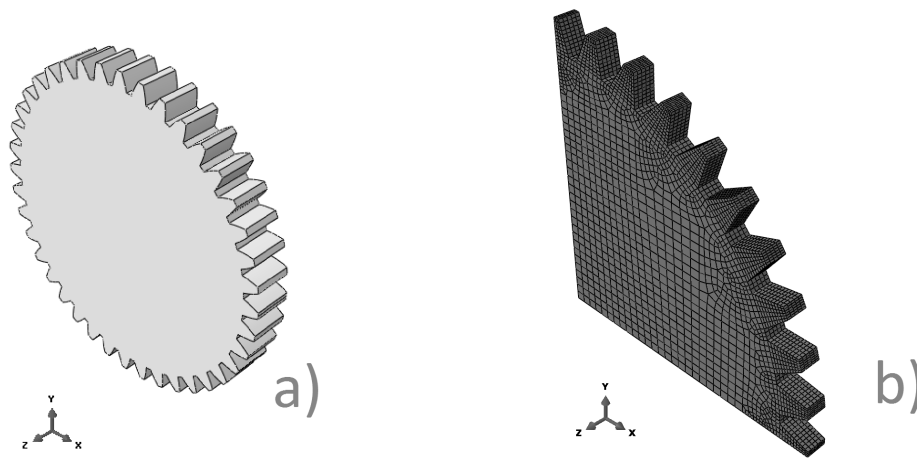


Figura 8.9: Geometria adotada para a aplicação do código desenvolvido: a) geometria inicial e b) geometria discretizada.

mecânicas resumem-se à face posterior direita e esquerda e à face inferior restringidas segundo a direção que lhes são perpendicular. Relativamente às condições de fronteira térmicas considera-se efeitos convectivos dependentes da temperatura de acordo com as tabelas 6.1 e 6.2¹. Os efeitos convectivos foram aplicados às faces restantes da geometria que não foram restringidas mecanicamente.

O material de eleição na produção de uma engrenagem é o aço, visto que possui elevada resistência mecânica. Contudo, este material altera as suas propriedades em função da temperatura a que se encontra durante um processo de tratamento térmico. Consequentemente, os processos de deformação são complexos, visto que a alteração das fases do aço alteram as suas propriedades mecânicas de forma severa [26] [32]. No âmbito deste trabalho usa-se apenas modelos homogêneos, incapazes de modelar as diferentes fases metalúrgicas do material e as suas fronteiras de grão. Não obstante, considera-se que as suas principais propriedades são dependentes da temperatura de uma forma simplificada. A simplificação reside no facto da formulação adotada não contabilizar a taxa de variação com a temperatura, ou seja, em cada incremento a propriedade é tomada como constante e independente da temperatura. No entanto, nos diferentes incrementos o valor é atualizado, ou seja, a propriedade varia de forma discreta ao longo da simulação.

¹Como parâmetro de entrada é considerado as médias entre as várias orientações.

A tabela 8.3 lista os valores considerados como parâmetros de entrada na subrotina.

Tabela 8.3: Propriedades consideradas no ensaio de têmpera com o modelo de Shewmon.

| | |
|--|---|
| Módulo de Young (E) | 50 (GPa) ($T = 850^{\circ}\text{C}$) |
| | 50 (GPa) ($T = 730^{\circ}\text{C}$) |
| | 185 (GPa) ($T = 430^{\circ}\text{C}$) |
| | 185 (GPa) ($T = 100^{\circ}\text{C}$) |
| Coeficiente de Poisson (ν) | 0.36 ($T = 850^{\circ}\text{C}$) |
| | 0.26 ($T = 850^{\circ}\text{C}$) |
| Tensão de cedência (σ_y) | 5 (MPa) ($T = 850^{\circ}\text{C}$) |
| | 34 (MPa) ($T = 700^{\circ}\text{C}$) |
| | 380 (MPa) ($T = 400^{\circ}\text{C}$) |
| | 380 (MPa) ($T = 100^{\circ}\text{C}$) |
| Coeficiente de encruamento isotrópico (B) | 40 |
| Coeficiente de encruamento isotrópico (Q) | 200 (MPa) |
| Coeficiente de encruamento cinemático (c) | 3800 (MPa) |
| Coeficiente de encruamento cinemático (γ) | 2.2 |
| Propriedade do modelo de Shewmon (u) | 1.06 |
| Propriedade do modelo de Shewmon (α) | 4.4E-4 |
| Propriedade do modelo de Shewmon (β) | 0.0919 |
| Propriedade do crescimento de grão (β_1) | 9.6E-12 |
| Propriedade do crescimento de grão (α_1) | 1.2E-13 ($T = 850^{\circ}\text{C}$) |
| | 0.0 ($T = 100^{\circ}\text{C}$) |
| Coeficiente de expansão térmica (β_L) | 1.07E-05 ($T = 850^{\circ}\text{C}$) |
| | 1.07e-05 ($T = 720^{\circ}\text{C}$) |
| | 1.70e-05 ($T = 680^{\circ}\text{C}$) |
| | 1.70e-05 ($T = 100^{\circ}\text{C}$) |
| Densidade (ρ) | 7000 (kg/m ³) |
| Capacidade calorífica (C_p) | 820 (KJ/kg) ($T = 850^{\circ}\text{C}$) |
| | 820 (KJ/kg) ($T = 600^{\circ}\text{C}$) |
| | 512 (KJ/kg) ($T = 100^{\circ}\text{C}$) |
| Condutividade térmica (K) | 38 (W/K m) |

Relativamente aos valores das propriedades para as restantes temperaturas, estes são obtidos através de interpolações lineares entre os pontos fornecidos.

A subrotina em análise apresenta-se computacionalmente exigente e, consequentemente, requer um elevado tempo de computação. Portanto, neste último ensaio deste trabalho ir-se-á simular apenas um arrefecimento de uma têmpera, visto que é a fase mais problemática de um tratamento térmico. O arrefecimento consiste na simulação do arrefecimento da engrenagem desde de uma temperatura de $T = 850^{\circ}\text{C}$ até $T = 100^{\circ}\text{C}$ através de água em ebulição.

Os resultados desta simulação traduzem os níveis de tensões residuais, o tamanho médio de grão, o campo de deformações e deslocamentos e outros resultados menos relevantes. Na figura 8.10 representa-se o campo de tensões residuais e as magnitudes de deformação total na engrenagem após o arrefecimento. Os níveis de tensão são mais elevados na raiz do dente da engrenagem e menos elevado nas extremidades dos dentes da

engrenagem bem como no seu interior, visto que as extremidades dos dentes arrefecem mais rapidamente que a raiz do dente. Consequentemente, a raiz do dente tem dificuldade a deformar-se como se pode visualizar na figura 8.10. Relativamente ao campo de deformações, este é mais intenso nas extremidades dos dentes e menos elevado na região da raiz do dente. O facto de os dentes sofrerem grande contração provoca o tracionamento do material da raiz do dente. Por sua vez, quando esta região inferior começa a contrair, esta já se encontra expandida pelos esforços de tração. Portanto, a deformação final de compressão é a mais reduzida, visto que teve de vencer a expansão já sofrida pelo material. A causa deste problema deve-se à não homogeneidade do arrefecimento. Não obstante, os níveis de tensão na raiz do dente também são indicativos da necessidade de efetuar um processo de revenido em seguida, visto que estes níveis de tensão fragilizam a peça e possibilitam a abertura de fissuras na raiz do dente. Este tipo de defeito associado a fenómenos de fadiga podem levar a fenómenos de propagação de fissura e, consequentemente, ao arrancamento dos dentes da engrenagem.

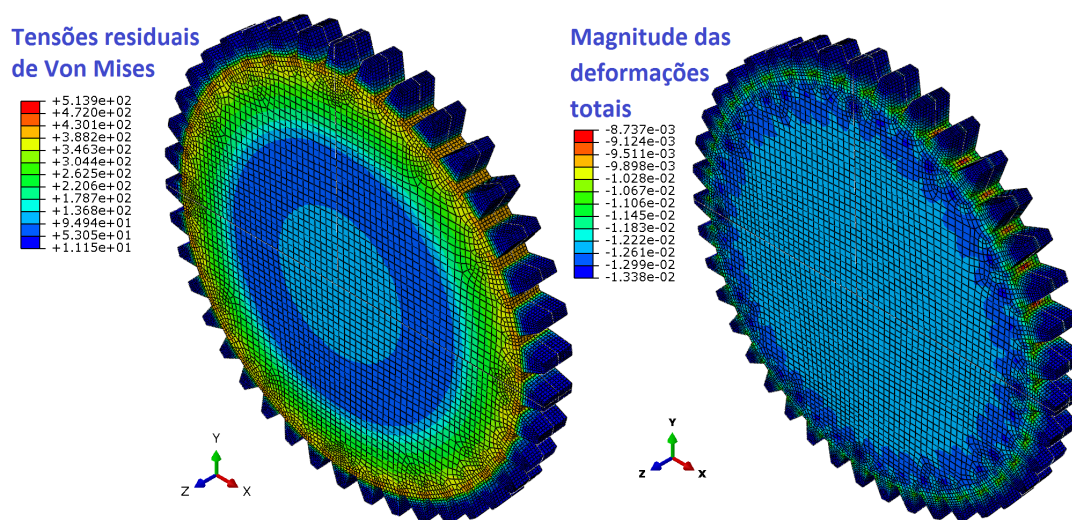


Figura 8.10: Campo de tensões residuais de Von Mises e magnitudes de deformações totais na engrenagem após arrefecimento em água em ebulição.

Durante o arrefecimento, o campo de deslocamentos na engrenagem atinge cerca de 1.5 mm numa engrenagem de 10 cm de raio. Caso se efetue a análise segundo a direção da espessura, o campo de deslocamento diminui com aproximação à zona central da engrenagem e a zona de maior deslocamento é nas extremidades dos dentes.

Na figura 8.11 está representado o tamanho médio de grão na engrenagem após o arrefecimento. Como foi anteriormente mencionado, as extremidades dos dentes da engrenagem arrefecem rapidamente, levando a um menor tamanho de grão. Em oposição, a zona interior da engrenagem apresenta maior tamanho de grão, visto que arrefece mais lentamente. Do mesmo modo, se a análise for efetuada segundo a espessura da engrenagem resulta que o seu plano central contém um tamanho de grão mais elevado que nas periferias, pela razão anteriormente referida. A figura em análise permite visualizar o tamanho de grão final após o arrefecimento. Contudo, a simulação efetuada permite saber a evolução em regime transiente, isto é, durante o decorrer do arrefecimento. Portanto,

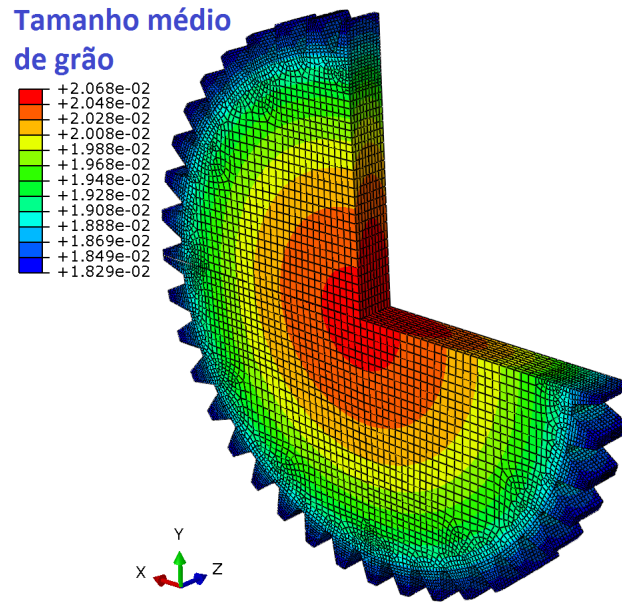


Figura 8.11: Tamanho médio de grão (mm) na engrenagem após arrefecimento em água em ebulição.

na figura 8.12 estão indicados os elementos de referência para as figuras 8.13 à 8.16. O elemento 1 localiza-se no centro da engrenagem, ou seja, no seu interior. O elemento 2 é no centro da face da engrenagem, o elemento 3 está na raiz do dente, e o elemento 4 na extremidade de um dente.

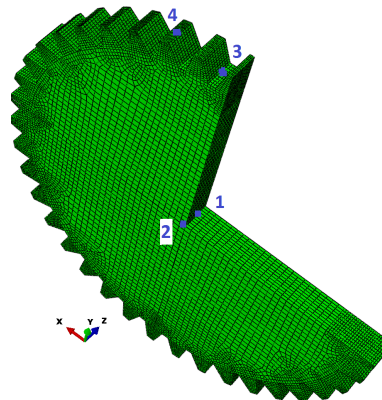


Figura 8.12: Numeração dos elementos da engrenagem que são considerados nas representações gráficas.

A figura 8.13 traduz a evolução do campo de temperaturas e mostra que as regiões interiores arrefecem mais lentamente que as regiões do dentado. As diferenças na temperatura entre os elementos 1 e 2 são reduzidas, ou seja, os gradientes térmicos segundo a direção da espessura são pouco relevantes. Consequentemente, as diferenças de tamanho de grão são pouco relevantes. As diferenças na temperatura entre os elementos 3 e 4 não são desprezáveis e têm repercussões na deformação segundo o eixo Y de forma acentuada.

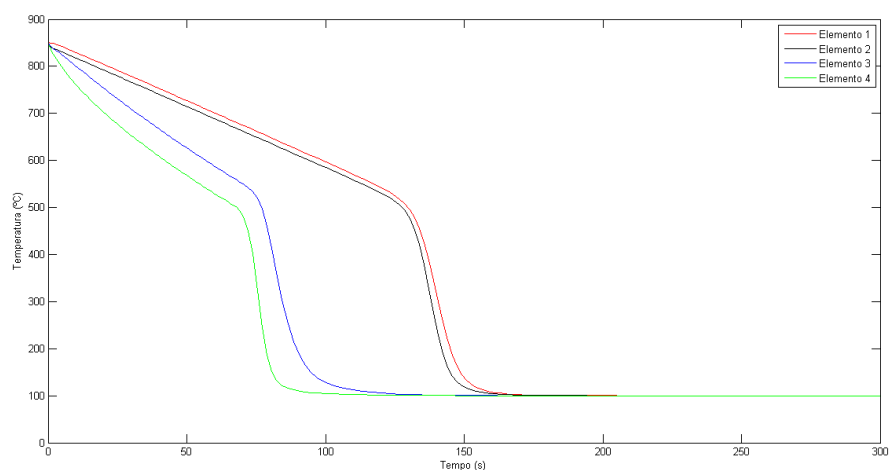


Figura 8.13: Evolução da temperatura ao longo do tempo para os vários elementos selecionados.

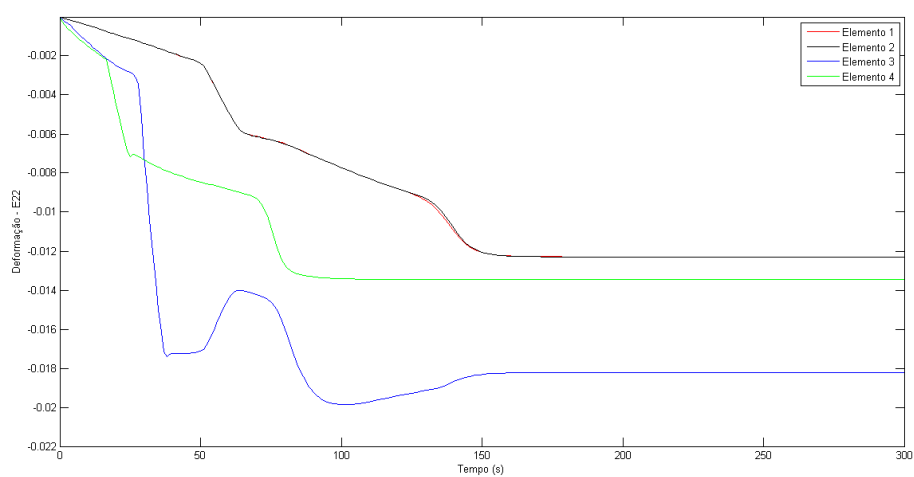


Figura 8.14: Evolução da deformação total segundo a direção Y ao longo do tempo para os vários elementos selecionados.

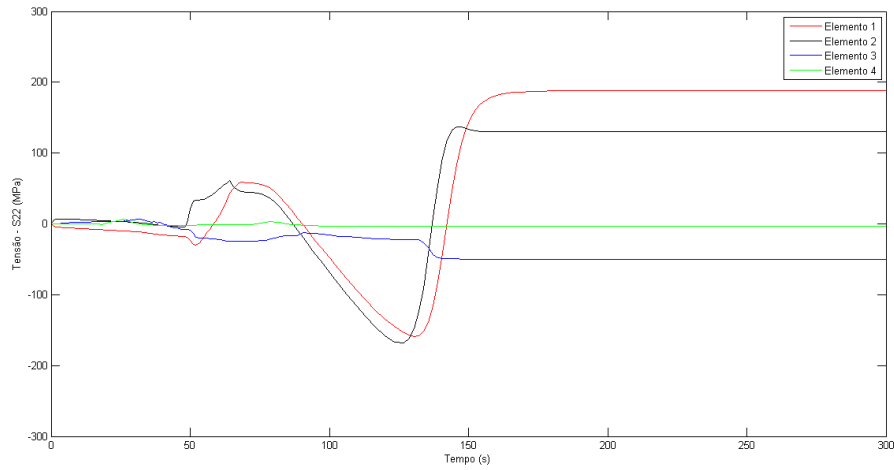


Figura 8.15: Evolução da tensão segundo a direção Y ao longo do tempo para os vários elementos selecionados.

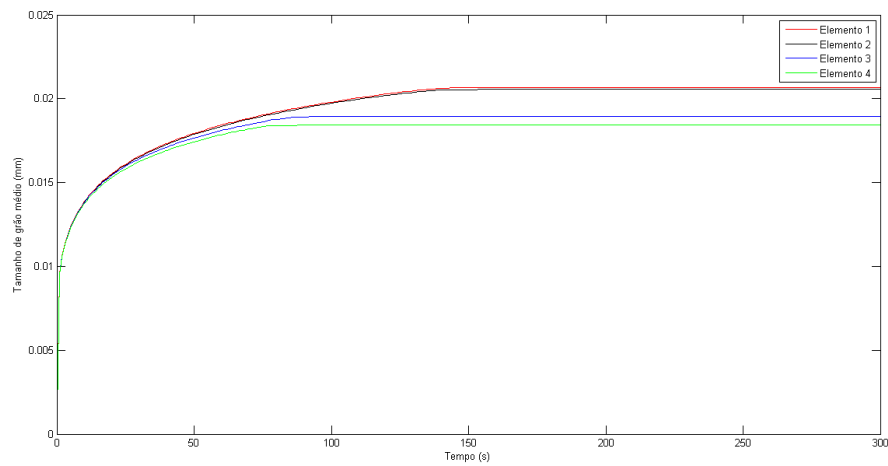


Figura 8.16: Evolução do crescimento do grão ao longo do tempo para os vários elementos selecionados.

Todavia, a evolução da deformação é influenciada pelas propriedades termomecânicas do material e estas são dependentes da temperatura. Relembra-se que nesta simulação a temperatura varia de incremento para incremento e, conseqüentemente, as propriedades termomecânicas. Portanto, um campo de deformação não-linear é originado. Relativamente ao tamanho de grão, as diferenças são notórias mas pouco relevantes.

Tendo em conta que o modelo constitutivo implementado é viscoplástico, torna-se útil efetuar uma comparação entre as deformações elásticas e as deformações viscoplásticas. Não obstante, este estudo é efetuado apenas na direção Y para o elemento 3, visto que os outros elementos sofrem deformações viscoplásticas pouco importantes quando comparado com o elemento em análise. Na figura 8.17 está presente uma variação acentuada da deformação elástica, esta pode ter várias causas. Contudo, uma das razões deve-se à variação do coeficiente de expansão térmica que afeta diretamente os níveis de deformação.

À medida que o sólido arrefece, os níveis de deformação viscoplástica tendem a estabilizar, visto que a tensão de cedência aumenta e conseqüentemente as deformações irreversíveis deixam de ocorrer.

Em suma, o elemento 3 é a região mais problemática do arrefecimento de uma engrenagem nas condições admitidas.

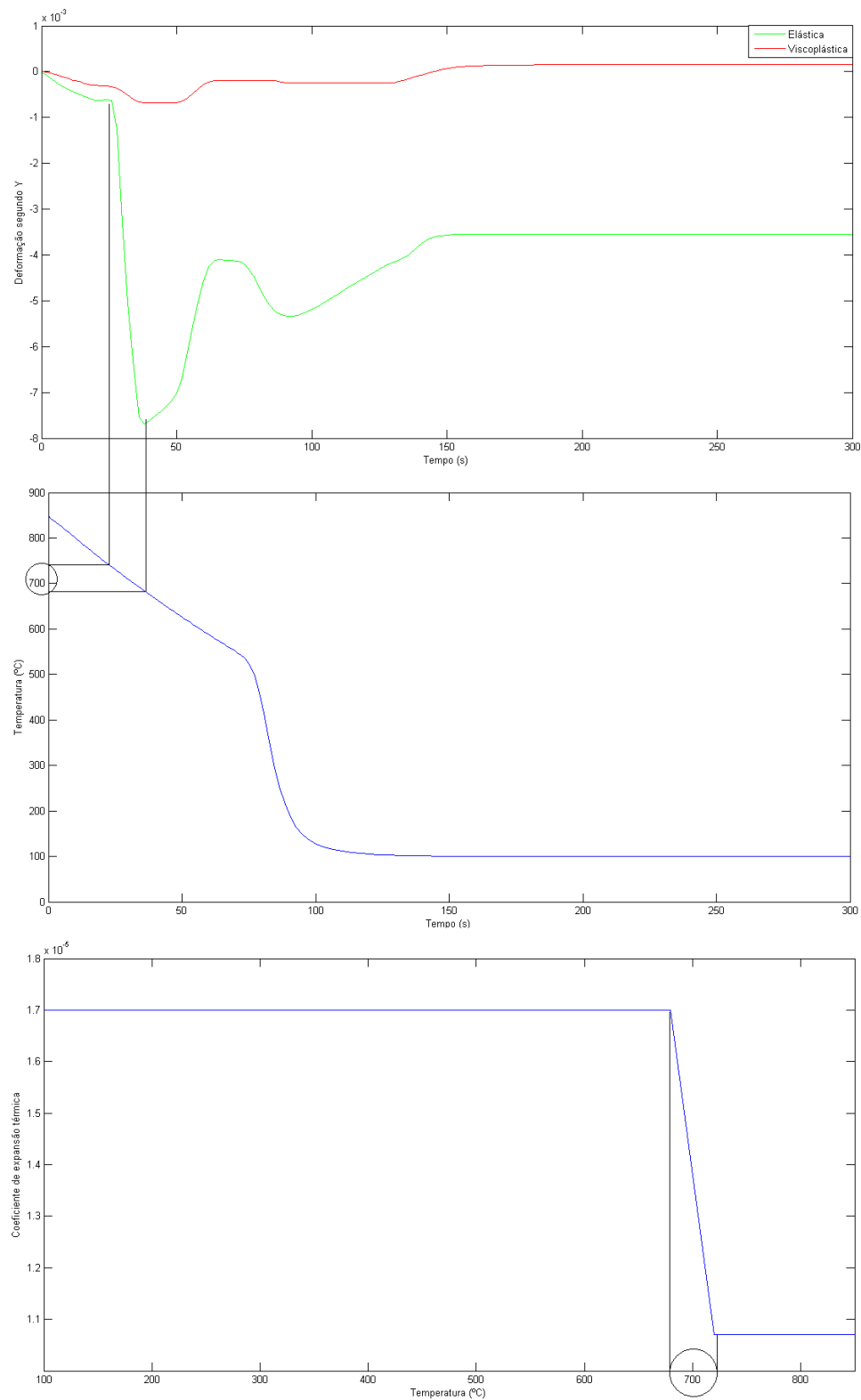


Figura 8.17: Elemento 3: comparação entre as deformações viscoplásticas e elásticas, evolução temporal da temperatura e dependência do coeficiente de expansão térmica com a temperatura.

Capítulo 9

Considerações finais

9.1 Sumário e principais conclusões

Este trabalho inicia-se com uma revisão dos conceitos e mecanismos necessários à compreensão e análise dos processos de tratamento térmico. Posteriormente apresenta-se a formulação matemática adotada no desenvolvimento das subrotinas bem como os ciclos iterativos e as matrizes de rigidez consistentes que foram consideradas. Numa fase seguinte apresentam-se os resultados decorrentes de ensaios numéricos que se efetuaram a fim de avaliar as propriedades, as características e os parâmetros com maior relevância.

Relativamente à condutividade térmica, conclui-se que esta é uma medida direta dos gradientes térmicos, ditando o campo de temperaturas envolvido. À medida que a condutividade térmica aumenta, os gradientes térmicos e o tempo de arrefecimento diminuem.

Quanto aos modelos constitutivos, estes são relevantes, visto que diferentes modelos conduzem a resultados distintos. O modelo perfeitamente elástico traduz de forma incorreta os níveis de tensão ao longo do tempo, culminando na inexistência de um campo de tensões residuais. Este facto não traduz a realidade e, conseqüentemente, é necessário modelos que englobem os mecanismos de encruamento e de deformação irreversível. O modelo elastoplástico traduz de forma mais razoável os níveis de tensão ao longo do tempo, bem como o campo de tensões residuais. Contudo, os metais a altas temperaturas apresentam um efeito viscoso relevante, porque apresenta deformações viscosas de elevadas magnitudes. Portanto, conclui-se que o modelo mais apropriado é o modelo elasto-viscoplástico.

As condições de fronteira influenciam o campo de resultados de forma preponderante. No âmbito deste trabalho realizou-se arrefecimentos em água sendo esta particularmente não-linear na sua taxa de remoção de calor devido à sua mudança de fase. Deste modo, as diferentes hipóteses de modelação das condições de fronteira fornecem resultados distintos. Conclui-se que deve ser considerado o mecanismo de transferência de calor por convecção. Quanto ao seu coeficiente, este deve ser modelado em função da temperatura de superfície do material. A orientação da superfície revela-se pouco relevante neste mecanismo de transferência de calor.

A análise dos parâmetros numéricos possibilita a compreensão do seu impacto nos resultados. O elemento triangular necessita de maior número de elementos que os elementos quadrangulares. Os elementos de quatro lados possuem maior número de pontos de integração e por isso tornam-se mais eficientes que os outros elementos. A dimensão do

elemento influência diretamente o número de pontos de integração e, consequentemente, a precisão dos resultados. Os ensaios numéricos efetuados para avaliar o incremento temporal possibilitam a percepção da sua influência, visto que um incremento de tempo fixo é menos eficiente que um incremento de tempo automático. O valor do incremento de tempo fixo é ditado pelo menor incremento tempo necessário em toda a simulação, enquanto o incremento de tempo automático adapta-se em função dos períodos não-lineares e lineares.

Posteriormente, neste trabalho foram implementadas subrotinas de utilizador que permitem a modelação do comportamento termomecânico de um metal quando sujeito a um tratamento térmico. O programa comercial de simulação numérica pelo Método dos Elementos Finitos usado foi o Abaqus, sendo as UMAT's as subrotinas de utilizador desenvolvidas. A razão da sua implementação deveu-se à necessidade de um modelo constitutivo que modele o comportamento termomecânico de um metal quando sujeito a tratamento térmico. Deste modo, iniciou-se um breve trabalho na implementação de subrotinas de utilizador com um modelo elastoplástico e uma matriz de rigidez consistente. Contudo, esta não é mencionada ao longo do trabalho pela sua irrelevância para o âmbito do mesmo. Posteriormente, iniciou-se os trabalhos nos modelos elasto-viscosoplástico que se revelaram de maior dificuldade de implementação. Primeiro implementou-se a subrotina do modelo de Norton e posteriormente o modelo de Shewmon.

O modelo de Norton contempla efeitos de encruamento isotrópico e viscoplástico corretamente, permitindo retirar algumas conclusões. As velocidades de deformação viscoplástica de menor magnitude traduzem-se em maiores níveis de tensão e o encruamento necessita de tempo para ocorrer.

O modelo de Shewmon, para além de modelar os efeitos modelados pelo modelo de Norton, inclui efeitos de encruamento cinemático e de crescimento de grão. Este fator é relevante para uma modelação termomecânica apropriada à simulação numérica de um tratamento térmico.

Após a sua implementação, procedeu-se a ensaios de validação para corroborar o seu correto comportamento. Concluindo-se que maiores tempos de ensaio levam a maiores níveis de tensão para a mesma deformação e que o crescimento de grão evoluiu de forma assintótica em função do tempo, ou seja, à medida que o sólido arrefece. A determinado instante de tempo, este deixa de evoluir, visto que só existe crescimento de grão a elevadas temperaturas ou em processos de deformação viscoplástica.

Por fim, procedeu-se a um ensaio que consiste na simulação de um arrefecimento numa têmpera numa engrenagem com o objetivo de avaliar a aplicabilidade industrial da subrotina do modelo de Shewmon. Este código permite avaliar e relacionar os níveis de tensão residuais com o campo de deformações em tempo real com custos razoáveis. Com esta informação é possível perceber e demonstrar a necessidade de efetuar revenidos após têmpera, visto que se torna necessário a redução do campo de tensões residuais. Esta subrotina ainda traduz a evolução e o estado final de tamanho de grão em termos médios ao longo tempo, permitindo visualizar maiores tamanho de grão no interior do material e menores nas regiões mais próximas da condição de fronteira. Apesar das limitações deste código, este realiza avaliações úteis à tomada de decisões no processo de engenharia. Não obstante, todos os resultados retirados da simulação foram calculados com base em valores de propriedades termomecânicas retirados de diferentes fontes, e por isso não representam de forma precisa nenhum material em concreto. No entanto, permitem compreender inúmeros aspetos termomecânicos que ocorrem num tratamento

térmico. Caso se pretenda modelar um material em concreto e de forma mais precisa, seria necessário efetuar ensaios experimentais a fim de medir os valores das propriedades.

9.2 Trabalhos futuros

No âmbito e na duração que este trabalho pressupõe, é realizado uma análise numérica dos tratamentos térmicos com várias limitações e simplificações. Para uma análise mais profunda dos tratamentos térmicos seria necessário repensar, reformular e melhorar determinados aspetos da presente dissertação. Para tal, são apresentadas as seguintes perspectivas de trabalho futuros:

- realização de ensaios experimentais para avaliação das propriedades termomecânicas a fim de modelar com maior rigor o comportamento do material;
- utilização de modelos que contemplem as transformações de fase do material bem como as suas heterogeneidades;
- modelação do crescimento de grão de forma efetiva e não em termos médios;
- implementação de um processo de otimização com o objetivo de descobrir as curvas de aquecimento e arrefecimento ótimas para a obtenção de determinadas propriedades finais no material;

Apêndice A

Código fortran

A.1 Modelo de Norton

```
!*****
!**  UMAT PARA ABAQUS/STANDARD *****
!*****
!*****
!**
!**
!*USER SUBROUTINE
!*
  SUBROUTINE UMAT(STRESS,STATEV,DDSDDE,SSE,SPD,SCD,
1  RPL,DDSDDT,DRPLDE,DRPLDT,
2  STRAN,DSTRAN,TIME,DTIME,TEMP,DTEMP,PRED,DPRED,CMNAME,
3  NDI,NSHR,NTENS,NSTATV,PROPS,NPROPS,COORDS,DROT,PNEWDT,
4  CELENT,DFGRD0,DFGRD1,NOEL,NPT,LAYER,KSPT,KSTEP,KINC)
!C
  INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
!C
  CHARACTER*80 CMNAME
!c
  DIMENSION STRESS(NTENS),STATEV(NSTATV),
1  DDSDDDE(NTENS,NTENS),DDSDDT(NTENS),DRPLDE(NTENS),
2  STRAN(NTENS),DSTRAN(NTENS),TIME(2),PRED(1),DPRED(1),
3  PROPS(NPROPS),COORDS(3),DROT(3,3),DFGRD0(3,3),DFGRD1(3,3)
!C
!C
  PARAMETER (ID=3,ZERO=0.D0,ONE=1.D0,TWO=2.D0,THREE=3.D0,
+           SIX=6.D0,NINE=9.D0,TOLER=1.D-5, itert= 30)
!C
  DIMENSION FLOW(6),DPSTRAN(6), elast_strain(6),
+           DESTRAIN(6), DSTRESS(6), visco_plastic_strain(6),
+           DSTR(6),PS(6),DPSTRN(6),TSTRESS(6),
+           aa(6),DFLOW(6),bq(6,6),num(6,6),cc(6),DDDD(6,6),
```

```

+          M_II(6,6), M_I(6,6), fx_sig(6)
!C
!C
!C
!C
!C      Propriedades do material
!C
      E = 70000.
      XNUE = 0.4
      SIGY0 = 200.
      NN=200.
      np=3.
      QQ=200.
      BB=40.
!C
!C      Recuperar deformacao plastica efetiva
!C
      p = STATEV(1)

!C
!C      recover plastic strain and elastic strain
      call rotsig(statev( 2), drot, elast_strain, 2, ndi, nshr)
      call rotsig(statev(ntens+2), drot, visco_plastic_strain,
+                                     2, ndi, nshr)
!C      Limpar variaveis
      DO k1=1,6
      DO K2=1,6
          DDSDE(K1,K2)=ZERO
      END DO
          DFLOW(K1)=ZERO
          TSTRESS(K1)=ZERO
      END DO
!C
!C      Matriz elastica
!C
      XK = (E/(ONE-TWO*XNUE))/THREE
      EG = (E/(ONE+XNUE))/TWO
      LAMBDA=(E*XNUE)/((ONE+XNUE)*(ONE-TWO*XNUE))
!C
!C
      DO K1 = 1, 3
      DO K2 = 1, 3
          DDSDE(K2,K1) = LAMBDA
      END DO
          DDSDE(K1,K1) = LAMBDA + TWO*EG
          DDSDE(K1+3,K1+3) = EG
      END DO

```

```

!C
!C
!C
!C      Tensao tentativa
!C
      DO K1=1,NTENS
      DO K2=1,NTENS
      STRESS(K2)=STRESS(K2)+DDSDDE(K2,K1)*DSTRAN(K1)
      END DO
      END DO

!C
!C      Tensao efetiva
!C
      PJ=(STRESS(1)-STRESS(2))*(STRESS(1)-STRESS(2)) +
1          (STRESS(2)-STRESS(3))*(STRESS(2)-STRESS(3)) +
1          (STRESS(3)-STRESS(1))*(STRESS(3)-STRESS(1))
      DO K1=NDI+1,NTENS
          PJ=PJ + SIX*STRESS(K1)*STRESS(K1)
      END DO
      PJ=SQRT(PJ/TWO)

!C
      HARD=QQ*(1-EXP(-BB*p))
      DHARD=QQ*BB*EXP(-BB*p)
      ff=(PJ-HARD-SIGY0)

!C
!C      Testar condicao de cedencia
!C
      IF (ff .GT. zero) THEN

!C
          dp=0
          wx=0
          DO KNET=1,itert
              wx=wx+1
              HARD=QQ*(1-EXP(-BB*(p+dp)))
              DHARD=QQ*BB*EXP(-BB*(p+dp))
              ff=(PJ-3*EG*(dp)-HARD-SIGY0)
              d_dp=((ff/NN)**np - dp/DTIME)/(one/DTIME +
+              (np*((ff/NN)**(np-one)))*((three*EG + DHARD)/NN))
              dp = dp + d_dp
              psi= dp - DTIME*(ff/NN)**np

!C
              IF (ABS(psi) .LT. TOLER) then
                  exit
              END IF

!C
              if (wx .EQ. itert) then
                  write(*,*) 'NAO CONVERGE', psi

```

```

        end if
      END DO

!C
!C
      p = p + dp
!C
!C***** Tensoes e deformacoes *****
!C
!C      tensor hidrostático
!C
      shydro=ZERO
      DO I=1,3
        shydro=shydro+STRESS(I)
      END DO
      shydro=shydro/THREE

!c
!C      Tensao tentativa
      DO I=1,3
        DSTR(I)=STRESS(I)-shydro
        DSTR(I+3)=STRESS(I+3)
      END DO

!C
!C      direcao de plasticizacao
      DO I=1,ntens
        FLOW(I) = DSTR(I)/PJ
        DFLOW(I)=THREE*FLOW(I)/TWO
      END DO

!C      Incremento de deformacao viscoplastica
!C
      DO I = 1,3
        DPSTRAN(I) = (THREE/TWO)*dp*FLOW(I)
        DPSTRAN(I+3) = (THREE)*dp*FLOW(I+3)
      END DO

!C
!C
!C      Incremento de deformacao elastica
!C
      DO K=1,ntens
        DESTSTRAN(K)=DSTRAN(K)-DPSTRAN(K)
      END DO

!C
!c      Atualizar deformacoes
      DO K=1,ntens
        elast_strain(K) = elast_strain(K) + DESTSTRAN(K)
        visco_plastic_strain(K)= visco_plastic_strain(K)+ DPSTRAN(K)
      END DO

```

```

!C
!C   Atualizar tensoes
VM=SIGY0+HARD
DO K1=1,3
  STRESS(k1)=VM*FLOW(K1) + shydro
  STRESS(k1+3)=VM*FLOW(K1+3)
END DO
!C
  PJJ=(STRESS(1)-STRESS(2))*(STRESS(1)-STRESS(2)) +
+      (STRESS(2)-STRESS(3))*(STRESS(2)-STRESS(3)) +
+      (STRESS(3)-STRESS(1))*(STRESS(3)-STRESS(1))
!c
  DO K1=4,6
    PJJ=PJJ + SIX*STRESS(K1)*STRESS(K1)
  END DO
  PJJ=SQRT(PJJ/TWO)
!C   Guardar varaveis de estado
!C
  STATEV(1) = p
!C
  DO K=1,ntens
    STATEV(K+1)=elast_strain(K)
    STATEV(K+ntens+1)=visco_plastic_strain(K)
  END DO
!C
  STATEV(14)=elast_strain(2) + visco_plastic_strain(2)
!C
!C*****
!C   Matriz
!C
  DO k1=1,6
    fx_sig(K1) = ((np/NN)*(PJJ-HARD-SIGY0)**(np-1))*DFLOW(K1)
  END DO
!C   FLUXO DE SIGMA
  fxx_sig=(THREE/TWO)*(np/NN)*(PJJ-HARD-SIGY0)**(np-1)
!C   Fluxo de ENCRUAMENTO
  fx_hard= -(np/NN)*(PJJ-HARD-SIGY0)**(np-1)
!C   calculo de alpha beta e gama
  alpha=THREE*EG/(1/DTIME + TWO*G*fxx_sig + DHARD*fx_hard)
  beta=(PJJ)/PJ
  gama=(THREE/TWO)*(1-beta)
!C   Matriz identidade
!C   limpar
  DO K1=1,6
    DO K2=1,6
      M_II(K1,K2)=ZERO
      M_I(K1,K2)=ZERO
    
```

```

        END DO
    END DO
!C    montar
    DO k1=1,3
        M_II(K1,K1)=ONE
        M_II(K1+3,K1+3)=ONE
        M_I(K1,K1)=ONE
    END DO
!C    Montar matriz de rigidez
    DO K1=1,6
        DO K2=1,6
            DDSDE(K1,K2)=TWO*EG*FLOW(K2)*fx_sig(K1)
+                               +(XK-(TWO/THREE)*EG*beta)*M_II(K1,K2)
+                               +TWO*EG*gama*FLOW(K1)*FLOW(K2)
+                               + TWO*EG*beta*M_I(K1,K2)
        END DO
    END DO
!C
!C    Fim de plasticidade
!C*****
!C
    ELSE
!C
    DO K=1,6
        elast_strain(K) = elast_strain(K) + DSTRAN(K)
    END DO
!C
    DO K=1,ntens
        STATEV(K+1)=elast_strain(K)
    END DO
!C
    END IF
    RETURN
    END
!C***** FIM ROTINA *****

```

A.2 Modelo de Shewmon

```

!*****
!*  UMAT PARA ABAQUS/STANDARD *****
!*****
!*****
!*
!*USER SUBROUTINE
!*
      SUBROUTINE UMAT(STRESS,STATEV,DDSDDE,SSE,SPD,SCD,
1  RPL,DDSDDT,DRPLDE,DRPLDT,
2  STRAN,DSTRAN,TIME,DTIME,TEMP,DTEMP,PRED,DPRED,CMNAME,
3  NDI,NSHR,NTENS,NSTATV,PROPS,NPROPS,COORDS,DROT,PNEWDT,
4  CELENT,DFGRD0,DFGRD1,NOEL,NPT,LAYER,KSPT,KSTEP,KINC)
!C
      INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
!C
      CHARACTER*80 CMNAME
!c
      DIMENSION STRESS(NTENS),STATEV(NSTATV),
1  DDSDE(NTENS,NTENS),DDSDDT(NTENS),DRPLDE(NTENS),
2  STRAN(NTENS),DSTRAN(NTENS),TIME(2),PRED(1),DPRED(1),
3  PROPS(NPROPS),COORDS(3),DROT(3,3),DFGRD0(3,3),DFGRD1(3,3)
!C
!C
      PARAMETER (M=3,N=3,ZERO=0.D0,ONE=1.D0,TWO=2.D0,THREE=3.D0,
+              SIX=6.D0,NINE=9.D0,TOLER=1.D-8, itert= 30)
!C
      DIMENSION FLOW(6),DPSTRAN(6), elast_strain(6),
+              DESTRAIN(6),V_P_strain(6),
+              DSTR(6),PS(6),X_STRESS(6),TSTRESS(6),
+              DFLOW(6),B_Stress(6),dB_STRESS(6),
+              M_II(6,6),M_I(6,6), d_phi_sig(6)
!C
!C
!C-----
!C
!C      Material
!C
!C      Propriedades mecanicas
      E = 70000.
      XNUE = 0.4
      SIGY0 = 200.
!C      Propriedades de crescimento de grao
      alpha_grao=1.2D-16
      beta_grao=0.96D-13
      u_grao=5.

```



```

!C  propriedades do encruamento cinematico
    c_kin=3800.
    gamma_kin=2.2
!C  Propriedades do encruamento isotrópico
    Q_iso=200.
    B_iso=40.
!C  Propriedades do modelo constitutivo
    alpha_phi=.44D-5
    beta_phi=0.0919
    u_phi=1.06
!C
!C


---


!C      RECOVER STATE VARIABELS
!C
!C  Recuperar deformacao plastica efetiva
    p=STATEV(1)
!C  Recuperar tamanho de grao
    d0=STATEV(2)
!c  Recuperar deformacoes elasticas
    call rotsig(statev(3), drot, elast_strain, 2, ndi, nshr)
!c  Recuperar deformacoes viscoplasticas
    call rotsig(statev(ntens+3), drot, V_P_strain, 2, ndi, nshr)
!C  Recuperar encruamento cinematico
    call rotsig(statev(2*ntens+3), drot, B_STRESS, 1, ndi, nshr)
!C
!C


---


!C      Matriz elastica
!C
!C
    XK = (E/(ONE-TWO*XNUE))/THREE
    EG = (E/(ONE+XNUE))/TWO
    LAMBDA = (E*XNUE)/((ONE+XNUE)*(ONE-TWO*XNUE))
!C
!C
    DO K1 = 1, 3
        DO K2 = 1, 3
            DDSDE(K2,K1) = LAMBDA
        END DO
        DDSDE(K1,K1) = LAMBDA + TWO*EG
        DDSDE(K1+3,K1+3) = EG
    END DO
!C
!C


---


!C
!C
!C  Tensoes tentativa
    DO K1=1,NTENS
        DO K2=1,NTENS
            STRESS(K2)=STRESS(K2)+DDSDE(K2,K1)*DSTRAN(K1)

```

```

        END DO
    END DO
!C
!C    Tensor hidrostático
    shydro=ZERO
    DO K=1,3
        shydro=shydro+STRESS(K)
    END DO
    shydro = shydro/THREE
!C
!C    Tensor desviador
    DO K=1,3
        DSTR(K)=STRESS(K)-shydro
        DSTR(K+3)=STRESS(K+3)
    END DO
!C
    DO K=1,6
        X_STRESS(K)= DSTR(K)-B_STRESS(K)
    END DO
!C
!C    CALCULO DA TENSÃO EFECTIVA
    PJT=0.
    DO K=1,3
        PJT=PJT+X_STRESS(K)**TWO
    end do
    DO K=1,3
        PJT=PJT+TWO*(X_STRESS(K+3)**TWO)
    end do
    PJT=sqrt ((THREE/TWO)*PJT)
!C
!C    Encruamento isotrópico
    HARD = Q_iso*(ONE-EXP(-B_iso*(p)))
!C
!C    Condicao de cedencia
    ff= PJT - SIGY0 - HARD
!C
    IF (ff .GT. zero) THEN
!C
!C        Direcao de plasticizacao
        DO K=1,ntens
            FLOW(K) = X_STRESS(K)/PJT
            DFLOW(K)=THREE*FLOW(K)/TWO
        END DO
!C
!C *****
!C          ciclo iterativo
!C *****

```

```

dp=0.
wx=0
d0_aux=d0**(u_grao+one) + alpha_grao*(u_grao + one)*DTIME
DO KNET=1, itert
    wx=wx+1
!C
!C    Incremento de encruamento isotropico
    DHARD=Q_iso*B_iso*EXP(-B_iso*(dp+p))
    HARD=Q_iso*(ONE-EXP(-B_iso*(dp+p)))
!C
!C    Incremento de tamanho de grao
    d0=(d0_aux + beta_grao*(u_grao+one)*dp)**(ONE/(u_grao+ONE))
!C
!C    Condicao de cedencia
    ff= PJT - SIGY0 - HARD - THREE*EG*dp
!C
!C    Modelo constitutivo
    phi=(alpha_phi/(d0**(u_phi)))*SINH(beta_phi*ff)
    phi_se=(alpha_phi*beta_phi/(d0**(u_phi)))*COSH(beta_phi*ff)
    phi_dp= -(THREE * alpha_phi * beta_phi *EG / (d0**(u_phi)))
+
+                                     *COSH(beta_phi*ff)
    phi_r=-(alpha_phi*beta_phi/(d0**(u_phi)))*COSH(beta_phi*ff)
!C
    nx=0.
    DO K1=1,3
    nx=nx+ DFLOW(K1)*B_STRESS(K1)
    END DO
    DO K1=1,3
    nx=nx+ TWO*DFLOW(K1+3)*B_STRESS(K1+3)
    END DO
!C
!C    Calcular d_dp
    d_dp=(phi-dp/DTIME)/(1/DTIME-phi_dp + phi_se *(c_kin
+
+                                     - gamma_kin * nx / DTIME)-DHARD *phi_r)
    dp=dp+d_dp
!C
    psi= dp - DTIME*phi
!C
    IF ( ABS(psi) .LT. TOLER) then
        exit
    END IF
!C
    if (wx .EQ. itert) then
        write(*,*) 'NAO CONVERGE - psi ', psi
    end if
END DO
!C

```

```

!C *****
!C          Fim do ciclo iterativo
!C*****
!C
!C      Incremento do tensor cinematico
      DO K1=1,6
      B_STRESS(K1)= B_STRESS(K1) +(TWO/THREE)*C_kin*dp*DFLOW(K1)
+      -gamma_kin*dp*B_STRESS(K1)
      END DO

!c-----
!C          CALCULOS DE TENSOES E DEFORMACOES
!C
!C      Incremento de deformacao viscoplastica
      DO K = 1,3
      DPSTRAN(K) = (THREE/TWO)*dp*FLOW(K)
      DPSTRAN(K+3) = (THREE)*dp*FLOW(K+3)
      END DO
!C
!C      Incremento de deformacao elastica
!C
      DO K=1,ntens
      DESTRAIN(K)=DSTRAN(K)-DPSTRAN(K)
      END DO
!C-----
!C          UPDATE VARIABELS
!C
!C      Atualizar de deformação plastica efetiva
      p=p+dp
!C
!C      Atualizar deformacoes
      DO K=1,ntens
      elast_strain(K) = elast_strain(K) + DESTRAIN(K)
      V_P_strain(K)= V_P_strain(K)+ DPSTRAN(K)
      END DO
!C
!C      Atualizar tensoes
      DO K=1,6
      STRESS(K)= (SIGY0 + HARD)*FLOW(K) + B_STRESS(K)
      END DO
!C
      DO K=1,3
      STRESS(K)=STRESS(K) + shydro
      END DO
!C
!C      Tensor desviador
      DO I=1,3

```

```

      DSTR(I)=STRESS(I)-shydro
      DSTR(I+3)=STRESS(I+3)
      END DO

!C
!C      Calculo de T'-X'
      DO K=1,6
        X_STRESS(K)= DSTR(K)-B_STRESS(K)
      end do

!C
!C      Calculo da tensao efetiva
      PJJ=0.
      DO k=1,3
        PJJ=PJJ+X_STRESS(k)**TWO
      end do
      DO k=1,3
        PJJ=PJJ+TWO*(X_STRESS(k+3)**TWO)
      end do
      PJJ=sqrt((THREE/TWO)*PJJ)

!C
!C-----
!C      Guardar variaveis de estado
!C
!C      Deformacao viscoplastica efetiva
      STATEV(1) = p

!C
!C      Tamanho de grao
      STATEV(2) = d0

!C
!C      Tensores de deformacao elastica e plastica
      DO K1=1,ntens
        STATEV(K1+2)=elast_strain(K1)
        STATEV(K1+ntens+2)=V_P_strain(K1)
      END DO

!C
!C      tensor cinematico
      DO K1=1,ntens
        STATEV(K1+2+2*ntens)=B_STRESS(K1)
      END DO

!C
!C*****
!C      Matriz Concistente
!C
!C      Matriz identidade
!C      limpar
      DO K1=1,6
        DO K2=1,6
          M_II(K1,K2)=ZERO

```

```

        M_I(K1,K2)=ZERO
    END DO
END DO
!C  montar
DO k1=1,3
    M_II(K1,K1)=ONE
    M_I(K1,K1)=ONE
    M_II(K1+3,K1+3)=ONE
END DO
!C
!C  Derivada do modelo em ordem tensão
DO K1=1,6
    d_phi_sig(K1)=DFLOW(K1)*(alpha_phi*beta_phi/(d0**(u_phi)))
+                                     *COSH(beta_phi*ff)
    END DO
!C  Produto
    d_sig_n= (THREE/TWO)*(alpha_phi*beta_phi/(d0**(u_phi)))
+                                     *COSH(beta_phi*ff)
!C  Derivada do modelo em ordem à tensão equivalente
    d_phi_sig_e=(beta_phi*alpha_phi/(d0**(u_phi)))*COSH(beta_phi*ff)
    d_phi_r=-(beta_phi*alpha_phi/(d0**(u_phi)))*COSH(beta_phi*ff)
!C  Calculo do produto interno n:x
    nx=0.
    DO K=1,3
        nx=nx+ DFLOW(K)*B_STRESS(K)
    END DO
    DO K=1,3
        nx=nx+ TWO*DFLOW(K+3)*B_STRESS(K+3)
    END DO
!C  Propriedades da matriz de rigidez
    beta_mat=(PJJ)/PJT
    gamma_mat=(THREE/TWO)*(ONE-beta_mat)
    alpha_mat=-THREE*EG/(ONE/DTIME + TWO*EG*d_sig_n
+               - d_phi_r*DHard - d_phi_sig_e*(c_kin-gamma_mat*nx))
!C
!C  Montar matriz de rigidez
!C
    DO K1=1,6
        DO K2=1,6
!C
            DDSDE(K1,K2)=TWO*alpha_mat*EG*FLOW(K1)*d_phi_sig(K2)+
+                (XK-(TWO/THREE)*EG*beta_mat)*M_II(K1,K2)
+                +TWO*gamma_mat*EG*FLOW(K1)*FLOW(K2)
+                +TWO*EG*beta_mat*M_I(K1,K2)
        END DO
    END DO
!C

```

```
!C    FIM PLASTICIDADE
!C
!C    ELSE
!C
!C    Nao plasticidade
!C
!C    Atualizar deformacao elastica
!C    DO K1=1,6
!C        elast_strain(K1) = elast_strain(K1) + DSTRAN(K1)
!C    END DO
!C    Tamanho de grao
!C    d0=(d0** (u_grao+ONE)+alpha_grao*(u_grao+ONE)*DTIME)**(ONE/(
+                                                    u_grao+ONE))
!C
!C    Guardar deformacao elastica
!C    DO K=1,ntens
!C        STATEV(K+2)=elast_strain(K)
!C    END DO
!C
!C    Guardar tamanho de grao
!C    STATEV(2)=d0
!C
!C    END IF
!C    RETURN
!C    END
!C
!C    FIM ROTINA
!C
```

Bibliografia

- [1] Filipe Teixeira Dias António Gil d'Orey de Andrade Campos, Fernando Neto da Silva. Modelling and numerical analysis of heat treatments on aluminium parts. *International Journal For Numerical Methods In Engineering*, 2006.
- [2] Joaquim Pinto Soares. *Aços: características e tratamentos*. Publindústria, 2010.
- [3] William Smith. *Princípios de Ciência e Engenharia dos Materiais*. Mc Graw-Hill, 2001.
- [4] <http://www.metalravne.com> consultado em 04/02/2013.
- [5] George E. Totten. *Steel Heat Treatment: Metallurgy and Technologies*. Mc Graw-Hill, 2^a edition, 2007.
- [6] <http://www.uddeholm.com> consultado em 05/02/2013.
- [7] António Gil d'Orey de Andrade Campos. *Modelação e Análise Numérica do Comportamento Mecânico e Térmico das Ligas de Alumínio*. PhD thesis, Universidade de Aveiro, 2005.
- [8] <http://www.mundialli.com.br> consultado em 06/02/2013.
- [9] Filipe Miguel Ferreira Nascimento. Processamento por fricção linear: Caracterização e análise de ligas de alumínio processadas aa5083-o e aa7022-t6. Master's thesis, Universidade Nova de Lisboa, 2007.
- [10] J. Mattingly T. S. Srivatasana. Influence of heat treatment on the tensile properties and fracture behaviour of alloy-ceramic particle composite. *Journal of Materials Science*, 1993.
- [11] Ângelo Fernando Padilha. *Materiais de Engenharia: Micro-estrutura e Propriedades*. Edição Hemus, 2000.
- [12] M. Necati Özisik. *Transferência de calor: um Texto Básico*. Editora Guanabara, 1990.
- [13] Lavine De Wiitt, Bergaman. *Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa*. Incorpora, 6^a edition, 2008.
- [14] C. P. Kothandaraman. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. New Age International Publishers, 3 edition, 2006.

- [15] Jonh H. Lienhard V Jonh H. Lienhard IV. *A Heat Transfer Textbook*. Philogiston Press, 3 edition, January 2008.
- [16] V. Dias Dias. *Mecânica e Resistência dos Materiais*. Zuari, 3^a edition, 2004.
- [17] Nik Petrinic Fionn Dunne. *Introduction to Computational Plasticity*. Oxford University Press, 2005.
- [18] Hans A. B. Rydstad Claudio R. Boer, Nuno M. R. S. Rebelo. *Process Modelling of Metal Forming and Thermomechanical Treatment*. Springer-Verlag Berlin and Heidelberg, 1986.
- [19] Jorge Rodrigues Paulo Martins. *Tecnologia Mecânica: Tecnologia de Deformação Plástica*, volume 1. Escolar Editora, 2^a edition, 2010.
- [20] JR. Willian D. Callister. *Fundamentals of Materials Science and Engineering*. e-text, 2001.
- [21] <http://www.chinelodepneu.xpg.com.br> consultado em 04/02/2013.
- [22] M. H. H. MeuWissen. Yeild criteria for anisotropic elasto-plastic metals. Internal Report from Technische Universiteit Eindhoven, 1995.
- [23] F. Barlat B. Plunkett, O. Cazacu. Orthotropic yield criteria for description of anisotropy in tension and compression of sheet metals. *International Journal of Plasticity*, 2008.
- [24] Jacob Lubliner. *Plasticity Theory*. University of California at Berkeley, 2006.
- [25] André Zaoui Dominique François, André Pineau. *Mechanical Behaviour of Materials*. Klumer Academic Publishers, 1992.
- [26] D. Berglund H. Alberg. Comparison of plastic, viscoplastic, and creep models when modelling welding and stress relief heat treatment. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193, November 2004.
- [27] Sorensen Karlsson RI. Hibbitt Pawtucket. Documentação do abaqus 6.10, 2010.
- [28] R. A. Fontes Valente Filipe Teixeira Dias, J. Pinho da Cruz. *Método dos Elementos Finitos: Técnicas de simulação Numérica em Engenharia*. ETEP: Edições Técnicas e Profissionais, 2007.
- [29] Robert D.Cook. *Finite Element Modeling for Stress Analysis*. JOHN WILEY, 1995.
- [30] Sérgio Marques da Silva. Simulação numérica e optimização em conformação plástica de chapas metálicas. Master's thesis, Universidade de Aveiro, 2010.
- [31] <http://www.engineeringtoolbox.com/> consultado em 14/02/2013.
- [32] A. Andrade Campos J.F. Caseiro, J.A. Oliveira. Thermomechanical modelling strategies for multiphase steels. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2011.